❶ التعبير عن مقدار بدلالة آخر

— **ثمن القلم الواحد هو 15 DA. ما هو الثمن الذي ندفعه عند شراء عدة أقلام ؟**

عدد الأقلام غير محدد (غير معروف)، نرمز إليه بحرف، مثلا x . في هذه الحالة يكون المبلغ المدفوع هو $15 \times x = p(x)$. نقول إننا عبّرنا عن $p(x)$، ثمن الأقلام المشتراة، **بدلالة** عددها x.

— **يكبر زيد أخاه أحمد بثلاث سنوات. عبِّر عن عمْر زيد بدلالة عمر أحمد.**

إذا كان n عمر أحمد فإنّ عمر زيد هو $A(n) = n + 3$.

❷ تبسيط الكتابة

هل يمكن تبسيط الكتابة $3 \times x \times 2$ ؟

— بما أنّ الضرب تبديلي فإنّ : $3 \times x \times 2 = 3 \times 2 \times x = 6 \times x$

— يمكن حذف علامة الضرب بين عدد و حرف إذن : $3 \times x \times 2 = 6 \times x = 6x$

— **حالات خاصة :**

$1 \times x = x$	$0 \times x = 0$	$(-1) \times x = -x$	$x \times x = x^2$

❸ اختبار صحة مساواة

— **كيف نحسب قيمة $5x - 3$ من أجل x يساوي 7 ؟**

نعلم أنّ الكتابة $5x$ هي جداء العدد 5 و x إذن عند تعويض x بالقيمة 7 ، يجب إعادة إظهار علامة الضرب ($\times$) : $5x - 3 = 5 \times 7 - 3 = 35 - 3 = 32$.

— **اختبر صحة المساواة $3x + 2 = 2x + 7$ من أجل $x = 4$ ثم من أجل $x = 5$.**

★ من أجل $x = 4$ يكون :

$3x + 2 = 3 \times 4 + 2 = 12 + 2 = 14$ و $2x + 7 = 2 \times 4 + 7 = 8 + 7 = 15$

النتيجتان مختلفتان و بالتالي المساواة خاطئة من أجل $x = 4$ أي $3x + 2 \neq 2x + 7$.

★ من أجل $x = 5$ يكون :

$3x + 2 = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$ و $2x + 7 = 2 \times 5 + 7 = 10 + 7 = 17$

النتيجتان متساويتان و بالتالي المساواة صحيحة من أجل $x = 5$ أي $3x + 2 = 2x + 7$.

❹ تبسيط عبارة جبرية

لتبسيط عبارة جبرية، نقوم بتجميع الحدود المتماثلة.

$A = 5x + 6x = (5 + 6)x = 11x$

$B = 7x + 3 + 5x - 2 = \underbrace{7x + 5x} + \underbrace{3 - 2} = 12x + 1$

$C = 4x^2 - 3x - x^2 - 3x + 7 = \underbrace{4x^2 - 1x^2} \underbrace{-3x - 3x} + 7 = 3x^2 - 6x + 7$

❺ حذف الأقواس

★ **إذا كانت الأقواس مسبوقة بإشارة موجبة، نحذفها فقط (بدون أي تغيير).**

$a + (b + c) = a + b + c$ ؛ $a + (b - c) = a + b - c$

مثلا:

$D = 5x + (3x - 2) = 5x + 3x - 2 = 8x - 2$

$E = 12x + (-4x + 7) = 12x - 4x + 7 = 8x + 7$

★ **إذا كانت الأقواس مسبوقة بإشارة سالبة، نحذفها مع تغيير إشارات الحدود التي بين قوسين.**

$a - (b + c) = a - b - c$ ؛ $a - (b - c) = a - b + c$

مثلا:

$D = 5x - (3x - 2) = 5x - 3x + 2 = 2x + 2$

$E = 12x - (-4x + 7) = 12x + 4x - 7 = 16x - 7$

م3 - ملخص دروس المقطع 5 : الحساب الحرفي 1 (تابع)

❻ توزيع الضرب على الجمع و الطرح

إذا كانت a ، b ، c أعدادا ناطقة فإنّ :

$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$ ؛ $a\times(b-c)=a\times b-a\times c$.

مثلا:

$F=4(7x+6)=4\times 7x+4\times 6=28x+24$

$G=-2(3x-9)=-2\times 3x-(-2)\times 9=-6x-(-18)=-6x+18$

❼ نشر عبارات من الشكل $(a+b)(c+d)$

الطريقة الأولى : $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

مثال : $(8-3y)(y+5)=8y+40-3y^2-15y=-3y^2-7y+40$

الطريقة الثانية : . . . .

نستعين بالجدول المقابل :

		①	②	③
1	×	x	-5
2	$2x$	$2x^2$	$-10x$
3	$+3$	$+3x$	-15

- نضرب الحد $2x$ في الحد x و نضع النتيجة $2x^2$ في خانة تقاطع السطر 2 و العمود ②.
- نضرب الحد $2x$ في الحد -5 و نضع النتيجة $-10x$ في خانة تقاطع السطر 2 و العمود ③.
- نضرب الحد $+3$ في الحد x و نضع النتيجة $+3x$ في خانة تقاطع السطر 3 و العمود ②.
- نضرب الحد $+3$ في الحد -5 و نضع النتيجة -15 في خانة تقاطع السطر 3 و العمود ③.

لدينا إذن : $(2x+3)(x-5)=2x^2-10x+3x-15=2x^2-7x-15$.

هذه الطريقة تجنبنا الأخطاء في الإشارات كما تسهل نشر عبارات أكثر تعقيدا.

$$E=(x-5)\left(2x^2-3x+7\right)$$
$$=2x^3-3x^2+7x-10x^2+15x-35$$
$$=2x^3-13x^2+22x-35$$

×	$2x^2$	$-3x$	$+7$
x	$2x^3$	$-3x^2$	$+7x$
-5	$-10x^2$	$+15x$	-35

الطريقة الثالثة : . . . .

مثل طريقة الضرب العمودية الخاصة بالأعداد مع فرق طفيف هو عدم وجود الاحتفاظ هنا.

أمثلة :

$$\begin{array}{rrrr} & & 3x & +4\\ \times & & 2x & -5\\ \hline & & -15x & -20\\ & +6x^2 & +8x & \cdot\\ \hline & 6x^2 & -7x & -20 \end{array}$$

$A=(3x+4)(2x-5)$
$A=6x^2-7x-20$

$$\begin{array}{rrrr} & & 4x & -7\\ \times & & -2x & +11\\ \hline & & +44x & -77\\ & -8x^2 & +14x & \cdot\\ \hline & -8x^2 & +58x & -77 \end{array}$$

$B=(4x-7)(-2x+11)$
$B=-8x^2+58x-77$

$$\begin{array}{rrrr} & & -2x & +3\\ \times & & x & +2\\ \hline & & -4x & +6\\ & -2x^2 & +3x & \cdot\\ \hline & -2x^2 & -x & +6 \end{array}$$

$C=(-2x+3)(x+2)$
$C=-2x^2-x+6$

❶ المساويات و العمليات

a ، b ، c أعداد ناطقة.

★ إذا كان $a=b$ فإنّ $a+c=b+c$.

★ إذا كان $a=b$ فإنّ $a-c=b-c$.

★ إذا كان $a=b$ فإنّ $a\times c=b\times c$.

★ إذا كان $a=b$ فإنّ $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (مع $c\neq 0$).

أمثلة : إذا كان $a=-14$ فإنّ :

★ $a+13=-14+13$ أي $a+13=-1$.

★ $a-5=-14-5$ أي $a-5=-19$.

★ $a\times 3=-14\times 3$ أي $3a=-42$.

★ $\frac{a}{7}=\frac{-14}{7}$ أي $\frac{a}{7}=-2$.

❷ المتباينات و العمليات

★ **المتباينات و الجمع أو الطرح**

a ، b ، c أعداد ناطقة.

- إذا كان $a<b$ فإنّ $a+c<b+c$.
- إذا كان $a<b$ فإنّ $a-c<b-c$.

أمثلة : إذا كان $y<3$ فإنّ :

- $y+4<3+4$ أي $y+4<7$.
- $y-5<3-5$ أي $y-5<-2$.

لا يتغير اتجاه متباينة إذا أضفنا إلى (أو طرحنا من) طرفيها نفس العدد.

يمكن استبدال الرمز $<$ بأحد الرموز التالية : $>$ ، $\leqslant$ أو $\geqslant$.

★ **المتباينات و الضرب أو القسمة**

a ، b ، c أعداد ناطقة.

- إذا كان $a<b$ و $c>0$ فإنّ $a\times c<b\times c$.
- إذا كان $a<b$ و $c>0$ فإنّ $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$.

أمثلة : إذا كان $z<-12$ فإنّ :

- $2z<2\times(-12)$ أي $2z<-24$
- $\frac{z}{3}<\frac{-12}{3}$ أي $\frac{z}{3}<-4$.

لا يتغير اتجاه متباينة إذا ضربنا طرفيها في نفس العدد **الموجب تماما**.

لا يتغير اتجاه متباينة إذا قسمنا طرفيها على نفس العدد **الموجب تماما**.

. . . .

a ، b ، c أعداد ناطقة.

- إذا كان $a<b$ و $c<0$ فإنّ $a\times c>b\times c$.
- إذا كان $a<b$ و $c<0$ فإنّ $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$.

أمثلة : إذا كان $z<-12$ فإنّ :

- $-2z>-2\times(-12)$ أي $-2z>24$
- $\frac{z}{-3}>\frac{-12}{-3}$ أي $-\frac{z}{3}>4$.

يتغير اتجاه متباينة إذا ضربنا طرفيها في نفس العدد **السالب تماما**.

يتغير اتجاه متباينة إذا قسمنا طرفيها على نفس العدد **السالب تماما**.

. . . .

نتيجة : **مقارنة عددين ناطقين**

x و y عددان ناطقان. **مقارنة** العددين x و y ترجع إلى دراسة **إشارة الفرق** $x-y$:

- $x>y$ يعني $x-y>0$.
- $x<y$ يعني $x-y<0$.
- $x=y$ يعني $x-y=0$.

3 حصر عدد مكتوب في الشكل العشري ، التدوير

x عدد عشري موجب، مدوّره إلى الوحدة هو 15.

لا يمكن للعدد x أن يساوي 14,4 لأن المدوّر إلى الوحدة للعدد 14,4 هو 14 و ليس 15.

و لا يمكن للعدد x أن يساوي 15,5 لأن المدوّر إلى الوحدة للعدد 15,5 هو 16 و ليس 15.

القيم الممكنة للعدد x هي كل الأعداد الأكبر من أو تساوي 14,5 و الأصغر تماما من 15,5

و نكتب : $\boxed{14,5 \leqslant x < 15,5}$.

الكتابة الأخيرة تسمى **حصرا** للعدد x .

بالآلة الحاسبة، نجد أنّ العدد 3,141592654 قيمة مقرّبة للعدد π أي : $\pi \approx 3,141592654$.

يمكن حصر العدد π بكيفيات مختلفة : (الأعداد المكتوبة بالأحمر تمثّل المدوّر إلى الرتبة المعتبرة).

- ⋆ $3 < \pi < 4$ ← حصر من المرتبة 0 (0 رقما بعد الفاصلة) .
(3 هو المدوَّر إلى الوحدة للعدد π) .
- ⋆ $3,1 < \pi < 3,2$ ← حصر من المرتبة 1 (رقم واحد بعد الفاصلة) .
(3,1 هو المدوَّر إلى 0,1 للعدد π) .
- ⋆ $3,14 < \pi < 3,15$ ← حصر من المرتبة 2 (رقمان بعد الفاصلة) .
(3,14 هو المدوَّر إلى 0,01 للعدد π) .
- ⋆ $3,141 < \pi < 3,142$ ← حصر من المرتبة 3 (3 أرقام بعد الفاصلة).
- ⋆ $3,1415 < \pi < 3,1416$ ← حصر من المرتبة 4 (4 أرقام بعد الفاصلة).
- ⋆ ... إلخ.

مثلاً، في الحصر $3,14 < \pi < 3,15$ ، العدد 3,14 هو القيمة المقربة إلى 0,01 (أي إلى $\frac{1}{100}$) بالنقصان بينما العدد 3,15 هو القيمة المقربة إلى 0,01 (أي إلى $\frac{1}{100}$) بالزيادة.

مثال 1: قرص نصف قطره 3,5cm . أعط حصراً لمساحته علماً أنّ $3,14 < \pi < 3,15$.

الحل : لتكن $\mathscr{A}$ مساحة القرص. لدينا : $\mathscr{A} = \pi \times (3,5)^2 cm^2 = 12,25\pi\, cm^2$.

لكن $3,14 < \pi < 3,15$ منه $12,25 \times 3,14 < 12,25 \times \pi < 12,25 \times 3,15$

أي : $\boxed{38,4650 cm^2 < \mathscr{A} < 38,5875 cm^2}$.

مثال 2: علما أن $\sqrt{2} \approx 1,41421356237$ ، أعط حصرا للعددين $\sqrt{2} - 3$ و $3\sqrt{2}$.

الحل : لدينا : $\boxed{1,4 < \sqrt{2} < 1,5}$.

(ا) $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ منه $1,4 - 3 < \sqrt{2} - 3 < 1,5 - 3$ أي $\boxed{-1,6 < \sqrt{2} - 3 < -1,5}$.

(ب) $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ منه $3 \times 1,4 < 3 \times \sqrt{2} < 3 \times 1,5$ أي $\boxed{4,2 < 3\sqrt{2} < 4,5}$.

❶ المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المعادلة هي مساواة تتضمن مجهولا أو عدة مجاهيل نرمز إليها بحرف أو حروف.

مثلاً : $x+7=-3+3x$ هي معادلة المجهول فيها هو x، طرفها الأيسر هو $x+7$ و طرفها الأيمن هو $-3+3x$.

حلّ معادلة ذات مجهول x يعني إيجاد كل قيم x التي تحققها و هذه القيم تسمى **حلول** المعادلة.

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هي مساواة :
- ★ يظهر فيها **مجهول واحد** فقط عادة ما نرمز إليه بالحرف x (لهذا نقول بمجهول واحد).
- ★ أس المجهول هو 1 أي x^1 (لهذا نقول من الدرجة الأولى).

لحل معادلة، نوظّف الخواص المتعلقة بالمساويات و العمليات :
- يمكن أن نضيف إلى (أو نطرح من) طرفي معادلة نفس العدد.
- يمكن أن نضرب طرفي معادلة في (أو أن نقسمهما على) نفس العدد غير المعدوم.

مثال 1 : حل المعادلة $3x+1=-2x+5$.

- نضيف إلى الطرفين معاكس $-2x$ أي $2x$: $3x+1+\mathbf{2x}=-2x+5+\mathbf{2x}$
- نجمّع الحدود المتشابهة : $3x+2x+1=-2x+2x+5$
- نبسّط الطرفين : $5x+1=5$
- نضيف إلى الطرفين معاكس 1 أي -1 : $5x+1-\mathbf{1}=5-\mathbf{1}$
- نبسّط الطرفين : $5x=4$
- نقسم الطرفين على 5 : $x=\frac{4}{5}$.

إذن للمعادلة $3x+1=-2x+5$ حل وحيد هو $\frac{4}{5}$.

تذكير :

المعادلة	حلها
$ax=b$	$x=b\div a$
$x\div a=b$	$x=b\times a$
$a\div x=b$	$x=a\div b$

المعادلة	حلها
$x+a=b$	$x=b-a$
$x-a=b$	$x=b+a$
$a-x=b$	$x=a-b$

عمليا، ننقل المجاهيل إلى نفس الطرف و الثوابت إلى نفس الطرف مع تغيير إشارة كل حد تم نقله.

مثال 2 :

$x+3=-x-2$ منه $x+x=-2-3$

أي $2x=-5$

منه $x=-\frac{5}{2}=-2,5$.

للمعادلة حل وحيد هو $(-2,5)$.

مثال 3 :

$-5x-1=11x+31$ منه $-5x-11x=31+1$

أي $-16x=32$

منه $x=\frac{32}{-16}=-2$.

للمعادلة حل وحيد هو (-2).

❷ ترييض مشكل (مسألة)

ترييض مسألة يعني التعبير عنها بواسطة معادلة، و حل المعادلة هو حلّ المسألة.

لترييض مسألة، نتّبع الخطوات الآتية :

(1) اختيار المجهول و التعبير عن المعطيات بدلالته.
(2) ترجمة المسألة بمعادلة (من الدرجة الأولى بمجهول واحد).
(3) حلّ المعادلة و التحقق من الحل.
(4) الإجابة على السؤال.

مثال 1:

(1) جِد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية، مجموعها يساوي 126.

(2) هل توجد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها 451 ؟ علل.

الحل :

(1) ★ **اختيار المجهول** : نسمي x العدد الأصغر من بين هذه الأعداد الثلاثة.
الأعداد الأخرى هي إذن $x+1$ و $x+2$.

★ **ترجمة المسألة بمعادلة** :
مجموع هذه الأعداد هو 126 معناه : $x+(x+1)+(x+2)=126$

★ **حل المعادلة** : $x+(x+1)+(x+2)=126$ أي $3x+3=126$ منه $3x=126-3=123$
منه $x=\dfrac{123}{3}$ أي $x=41$.

★ **الإجابة على السؤال:** الأعداد الثلاثة المتتابعة و التي مجموعها 126 هي 41 ، 42 و 43.
(التحقق : $41+42+43=126$).

(2) بإتباع نفس الخطوات نصل إلى :
★ **ترجمة المسألة بمعادلة:** مجموع هذه الأعداد هو 451 معناه: $x+(x+1)+(x+2)=451$.
★ **حل المعادلة** : $x+(x+1)+(x+2)=451$ أي $3x+3=451$ منه $3x=451-3=448$
منه $x=\dfrac{448}{3}$ و هو ليس عددا طبيعيا.
★ **الإجابة على السؤال:** لا توجد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها 451.

مثال 2: شخص عمره 36 سنة و أعمار أبنائه الثلاثة 4 ، 6 و 8 سنوات.
بعد كم سنة يكون عمر الأب يساوي مجموع أعمار أبنائه الثلاثة ؟

الحل: نسمي x عدد السنوات التي يتحقق بعدها المطلوب. عمر الأب يكون $36+x$ و أعمار أبنائه $4+x$ ، $6+x$ و $8+x$. لدينا إذن : $4+x+6+x+8+x=36+x$ أي $3x+18=36+x$
منه $3x-x=36-18$ أي $2x=18$ منه $x=18\div2=9$.

الجواب: بعد 9 سنوات، يكون عمر الأب يساوي مجموع أعمار أبنائه.

التحقق: بعد 9 سنوات، عمر الأب يكون 45 سنة و أعمار أبنائه 13 ، 15 و 17 سنة و $45=13+15+17$.

الطريقة الأولى :

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

مثال :

$$(8-3y)(y+5)=8y+40-3y^2-15y=-3y^2-7y+40$$

الطريقة الثانية : ....

نستعين بالجدول المقابل :

	①	②	③
1	$\times$	x	-5
2	$2x$	$2x^2$	$-10x$
3	$+3$	$+3x$	-15

- نضرب الحد $2x$ في الحد x و نضع النتيجة $2x^2$ في خانة تقاطع السطر $\boxed{2}$ و العمود ②.
- نضرب الحد $2x$ في الحد -5 و نضع النتيجة $-10x$ في خانة تقاطع السطر $\boxed{2}$ و العمود ③.
- نضرب الحد $+3$ في الحد x و نضع النتيجة $+3x$ في خانة تقاطع السطر $\boxed{3}$ و العمود ②.
- نضرب الحد $+3$ في الحد -5 و نضع النتيجة -15 في خانة تقاطع السطر $\boxed{3}$ و العمود ③.

لدينا إذن : $(2x+3)(x-5)=2x^2-10x+3x-15=2x^2-7x-15$.

هذه الطريقة تجنبنا الأخطاء في الإشارات كما تسهل نشر عبارات أكثر تعقيدا.

$$E=(x-5)\left(2x^2-3x+7\right)$$
$$=2x^3-3x^2+7x-10x^2+15x-35$$
$$=2x^3-13x^2+22x-35$$

$\times$	$2x^2$	$-3x$	$+7$
x	$2x^3$	$-3x^2$	$+7x$
-5	$-10x^2$	$+15x$	-35

الطريقة الثالثة : ....

مثل طريقة الضرب العمودية الخاصة بالأعداد مع فرق طفيف هو عدم وجود الاحتفاظ هنا.

أمثلة :

$$\begin{array}{rrr} & 3x & +4 \\ \times & 2x & -5 \\ \hline & -15x & -20 \\ +6x^2 & +8x & \cdot \\ \hline 6x^2 & -7x & -20 \end{array}$$

$A=(3x+4)(2x-5)$
$A=6x^2-7x-20$

$$\begin{array}{rrr} & 4x & -7 \\ \times & -2x & +11 \\ \hline & +44x & -77 \\ -8x^2 & +14x & \cdot \\ \hline -8x^2 & +58x & -77 \end{array}$$

$B=(4x-7)(-2x+11)$
$B=-8x^2+58x-77$

$$\begin{array}{rrr} & -2x & +3 \\ \times & x & +2 \\ \hline & -4x & +6 \\ -2x^2 & +3x & \cdot \\ \hline -2x^2 & -x & +6 \end{array}$$

$C=(-2x+3)(x+2)$
$C=-2x^2-x+6$