

مخلص دروس السنة الثانية متوسط

رياضيات

الأعداد النسبية :

- تتكون مجموعة الأعداد النسبية من مجموعتين:
- مجموعة الأعداد النسبية الموجبة وهي أعداد يوضع على يسارها إشارة (+) أو تكتب بدون إشارة وهي دائما أكبر من الصفر ومن أي عدد نسبي سالب
- مجموعة الأعداد النسبية السالبة وهي أعداد يوضع على يسارها إشارة (-) وهي دائما أصغر من الصفر ومن أي عدد نسبي موجب
- العدد النسبي هو العدد الذي له مسافة إلى الصفر وإشارة (موجبة أو سالبة).
- $+a$ عدد نسبي موجب و a مسافته إلى الصفر
- $-a$ عدد نسبي سالب و a مسافته إلى الصفر
- مثلا: العدد النسبي (-9) إشارته سالبة ومسافته : 9 نقول عنه عدد نسبي سالب
- العدد النسبي (+7) إشارته موجبة ومسافته : 7 نقول عنه عدد نسبي موجب
- معاكس عدد نسبي هو نفسه في المسافة ويختلف عليه في الإشارة
- أمثلة: (+9) معاكسه هو: (-9) . $+a$ معاكسه هو: $-a$

خواص :

- أي عدد نسبي موجب أكبر من الصفر .
- الصفر أكبر من أي عدد نسبي سالب
- المسافة بين نقطتين دائما عدد موجب .
- الصفر هو العدد النسبي الوحيد الموجب والسالب في نفس الوقت .

العمليات على الأعداد النسبية:

الجمع في مجموعة الأعداد النسبية :

- مجموع عددين نسبيين لهما نفس الإشارة هو عدد نسبي من نفس إشارة ومسافته مجموع المسافتين
- أمثلة: $(-8)+(-6)=(-14)$. $(+5)+(+2)=(+7)$
- مجموع عددين نسبيين مختلفي الإشارة هو عدد نسبي له إشارة أكبرهما (مسافة) ومسافته فرق المسافتين

$$(-5)+(+2)=(-3) \quad (+7)+(-9)=(-2)$$

الطرح في مجموعة الأعداد النسبية :

- الطرح في مجموعة الأعداد النسبية هو مجموع العدد الأول مع معاكس الثاني .
- أمثلة: $(+7)-(-9)=(+7)+(+9)=(+16)$. $(-5)-(+2)=(-5)+(-2)=(-7)$

الضرب في مجموعة الأعداد النسبية :

- إذا كان لهما نفس الإشارة يكون الناتج موجب ومسافته جداء المسافتين
- إذا كان ليس لهما نفس الإشارة يكون الناتج سالب ومسافته جداء المسافتين

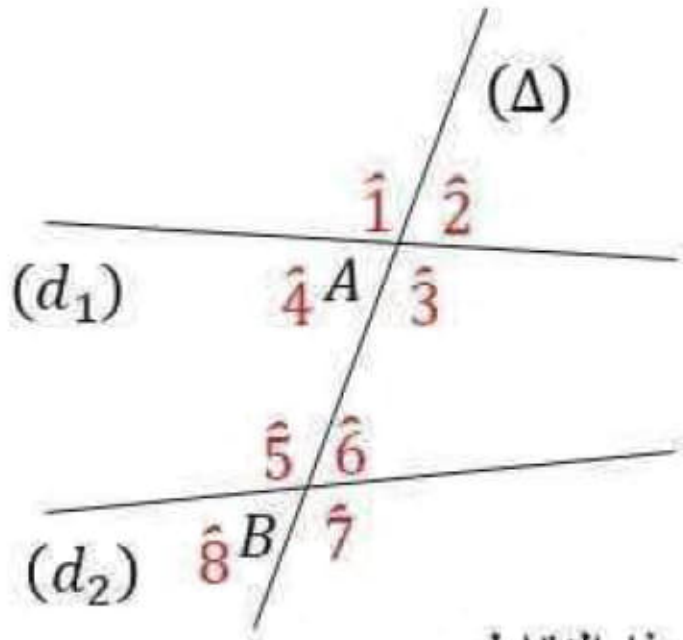


جدول العمليات على حساب الأعداد النسبية

Aissa Aissa Ben

العملية	الإشارة	كيفية العملية	الأمثلة
الجمع	موجبين معا	موجب = موجب + موجب والمسافة مجموع المسافتين	$(+5) + (+2) = (+7)$
	سالبين معا	سالب = سالب + سالب والمسافة مجموع المسافتين	$(-8) + (-6) = (-14)$
	مختلفي الإشارة	إشارة الأكبر = موجب + سالب والمسافة الفرق بين المسافتين	$(-5) + (+2) = (-3)$ $(+7) + (-9) = (-2)$
الطرح	لا يهم الإشارة	$(a) - (b) = (a) + (-b)$ هو مجموع الأول ومعاكس الثاني	$(-5) - (+2) = (-5) + (-2) = (-7)$ $(+7) - (-9) = (+7) + (+9) = (+16)$
الضرب	نفس الإشارة	موجب = موجب $\times$ موجب موجب = سالب $\times$ سالب والمسافة جداء المسافتين	$(+5) \times (+2) = (+10)$ $(-8) \times (-4) = (+32)$
	مختلفي الإشارة	سالب = موجب $\times$ سالب والمسافة جداء المسافتين	$(-5) \times (+2) = (-10)$
القسمة	نفس الإشارة	موجب = موجب $\div$ موجب موجب = سالب $\div$ سالب والمسافة قسمة المسافتين	$(+6) \div (+2) = (+3)$ $(-8) \div (-4) = (+2)$
	مختلفي الإشارة	سالب = موجب $\div$ سالب والمسافة قسمة المسافتين	$(+10) \div (-2) = (-5)$ $(-10) \div (+2) = (-5)$

الزوايا الناتجة عن قطع مستقيم لمستقيمين :



- إذا قطع مستقيم مستقيمين في نقطتين مختلفتين سُمي هذا المستقيم قاطع ، ففي الشكل المقابل

(Δ) يقطع (d1)، (d2) في النقطتين المختلفتين A ، B لذلك فهو قاطع لهما .

و عندما يقطع مستقيم مستقيمين فإن ثمان زوايا تنتج عن هذا التقاطع .
و تعطى أسماء مختلفة لبعض المجموعات الجزئية من هذه الزوايا :

(1) زوايا داخلية وهي الزوايا: 3، 4، 5، 6

(2) زوايا خارجية وهي: 1، 2، 7، 8

(3) زاويتان متبادلتان داخليا و هما زاويتان داخليتان و في جهتين مختلفتين من

القاطع و غير متجاورتين مثل : الزاويتان 3، 5 و الزاويتان 4، 6

(4) زاويتان متبادلتان خارجيا و هما زاويتان خارجيتان و في جهتين مختلفتين من

القاطع و غير متجاورتين مثال : الزاويتان 1، 7 و الزاويتان 2، 8

(5) الزاويتان المتماثلتان و هما زاويتان إحداها داخلية و الأخرى خارجية و في

جهة واحدة من قاطع و غير متجاورتين مثل:

الزاويتان 1، 5 الزاويتان 2، 6 الزاويتان 3، 7 الزاويتان 4، 8

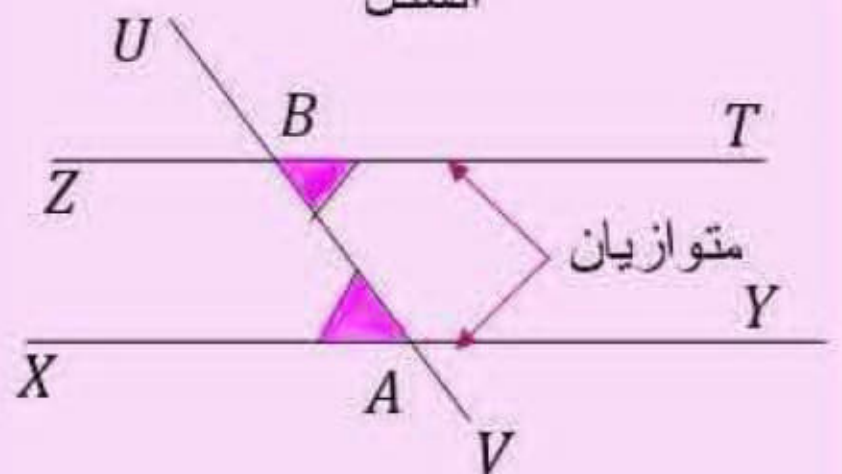
خاصية 01

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متبادلتين داخليا متقايستان .

تعليل :

بما أن (XY) و (ZT) متوازيان و (UV) قاطع لهما في A و B فإن $T\hat{B}V = U\hat{A}X$ لانهما متبادلتين داخليا .

الشكل



(2) علاقات بين الزوايا :

ترتبط الزوايا مع بعضها بعلاقات نورد بعضها فيما يلي :

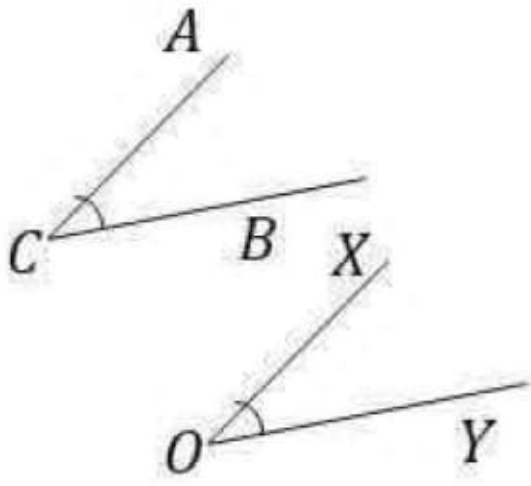
(1) التقايس :

في الشكل المجاور إذا قصت الزاوية $\widehat{ACB}$

و وضعت بحيث ينطبق رأسها C على رأس الزاوية

$\widehat{xOy}$ و الضلع (CB) ينطبق على (Oy)

و انطبق الضلع (CA) على (Ox) أيضا عندها نقول إن الزاويتين $\widehat{ACB}$ و $\widehat{xOy}$ متقايستان و الشرط الكافي حتى تتقايس زاويتان هو تساوي قياسيهما .



(2) التجاور :

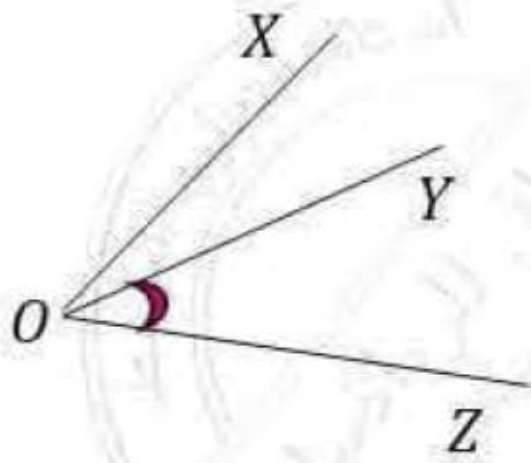
$\widehat{yOz}$ ، زاويتان لهما رأس مشترك O .

و ضلع مشترك (Oy) يفصل بينهما .

توصف هاتان الزاويتان بأنهما متجاورتان

وبشكل عام تكون زاويتان متجاورتان إذا كان لهما رأس مشترك و ضلع مشترك

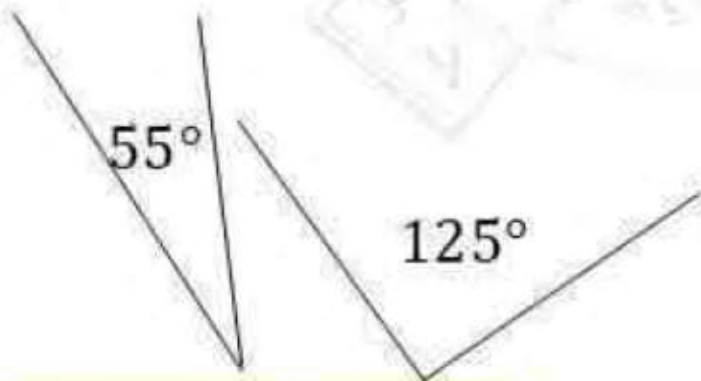
يفصل بينهما .



(3) التكامل :

تكون زاويتان متكاملتان إذا كان مجموع قياسيهما 180°

ونقول إن كل زاوية منهما مكملة للأخرى .

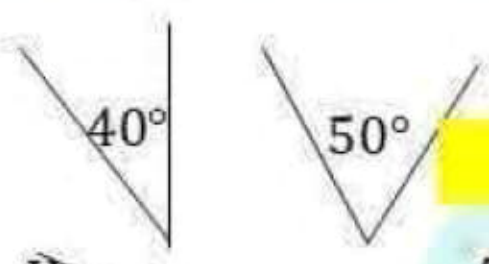


$$125^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

(4) التتام :

تكون زاويتان متتامتين إذا كان مجموع قياسيهما 90°

ونقول إن كل زاوية منهما متممة للأخرى



$$40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$$

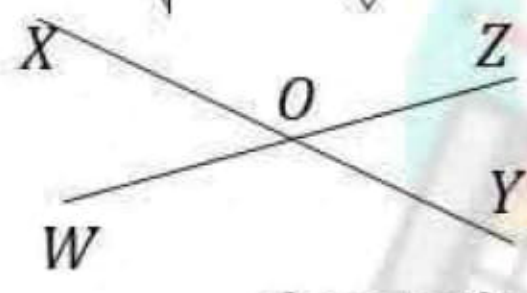
(5) التقابل بالرأس :

تكون زاويتان متقابلتان بالرأس إذا كان لهما رأس مشترك

و أضلاعهما إمتداد لبعضهما البعض .

في الشكل المقابل مستقيمان متقاطعان نتج عنهما زوجان

من الزوايا المتقابلة بالرأس الزاويتان $\widehat{yOW}$ و $\widehat{ZOX}$ و الزاويتان $\widehat{xOW}$ و $\widehat{ZOY}$



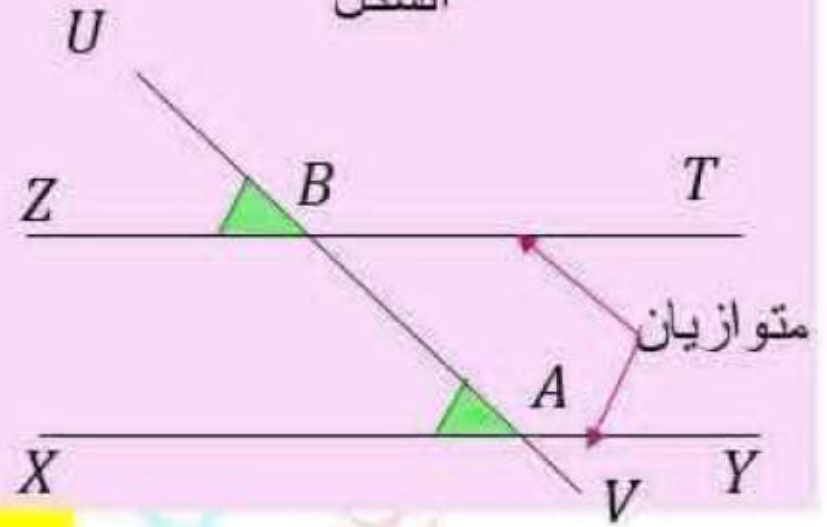
خاصية 02

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متماثلتين متقايستان .

تعليل :

بما أن (XY) و (ZT) متوازيان و
(UV) قاطع لهما في A و B فإن
 $U\hat{B}Z = U\hat{A}X$ لانهما متماثلتين .

الشكل



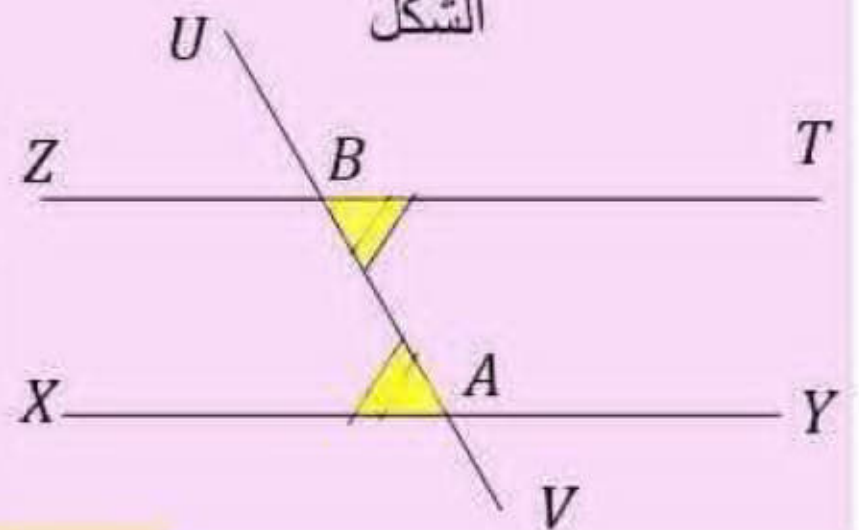
خاصية 03

حتى يتوازي مستقيمان يكفي أن يشكل معهما قاطع زاويتين متبادلتين داخليا و متقايستين .

تعليل :

المستقيمان (XY) و (ZT)
مقطوعان بالقاطع (UV) في A و B و
الزاويتان $U\hat{A}X$ و $T\hat{B}V$ متبادلتان
داخليا و متقايستان إذن $(ZT) \parallel (XY)$

الشكل



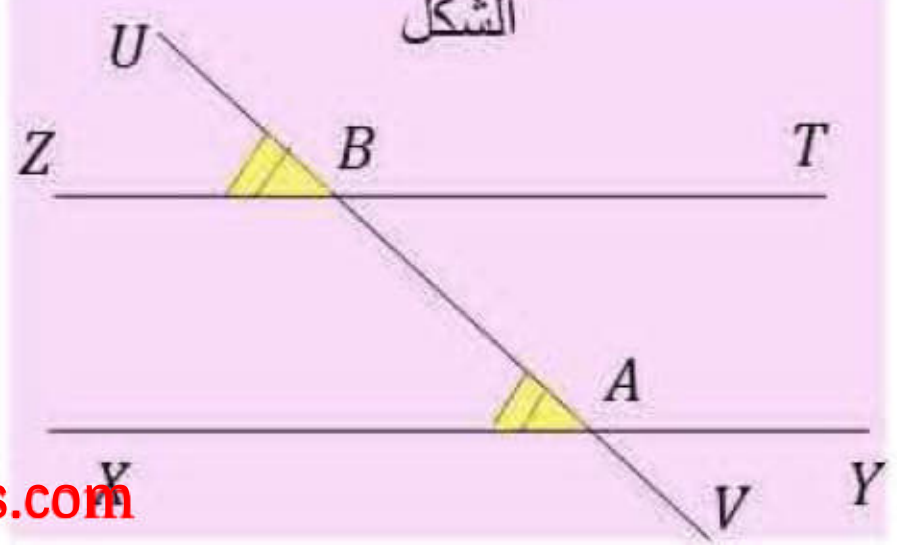
خاصية 04

حتى يتوازي مستقيمان يكفي أن يشكل معهما قاطع زاويتين متماثلتين و متقايستين .

تعليل :

المستقيمان (XY) و (ZT)
مقطوعان بالقاطع (UV) في A و B و
الزاويتان $U\hat{A}X$ و $U\hat{B}Z$ متماثلتين و
متقايستان إذن $(ZT) \parallel (XY)$

الشكل

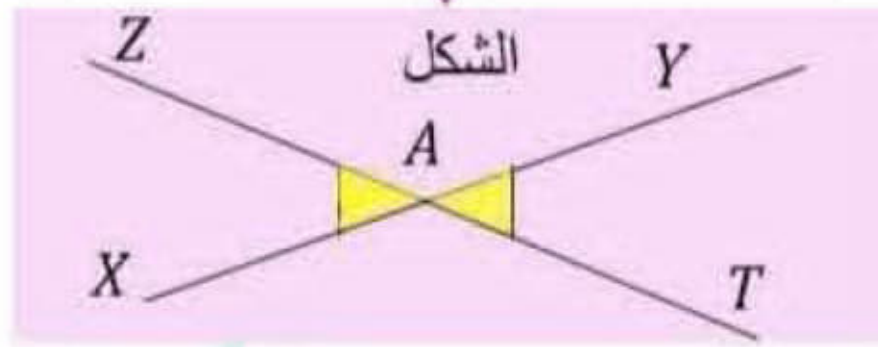


خاصية 05

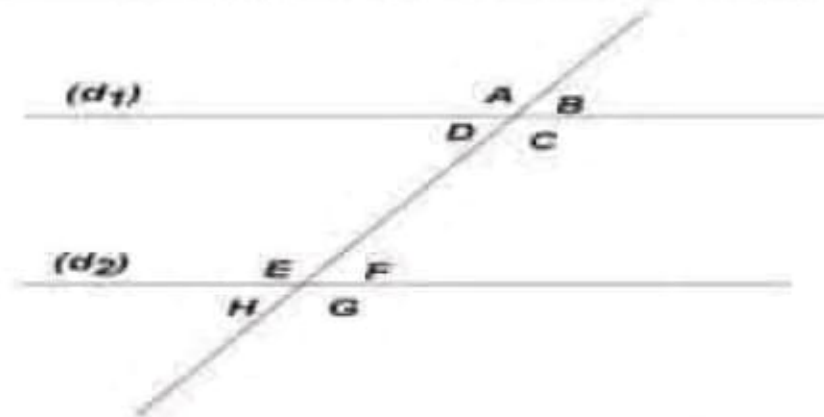
الزاويتان المتقابلتان بالرأس متقيستان .

تعليل

لدينا الزاويتان $Z\hat{A}X$ و $Y\hat{A}T$
متقابلتان بالرأس إذن :
 $Z\hat{A}X = Y\hat{A}T$



أ - الزوايا المعينة بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيم :



$\widehat{B}$ و $\widehat{H}$ زاويتان متبادلتان خارجيا وهما متساويتان

$\widehat{G}$ و $\widehat{A}$ زاويتان متبادلتان خارجيا وهما متساويتان

$\widehat{B}$ و $\widehat{H}$ زاويتان متبادلتان خارجيا وهما متساويتان

$\widehat{F}$ و $\widehat{D}$ زاويتان متبادلتان داخليا وهما متساويتان

$\widehat{E}$ و $\widehat{C}$ زاويتان متبادلتان داخليا وهما متساويتان

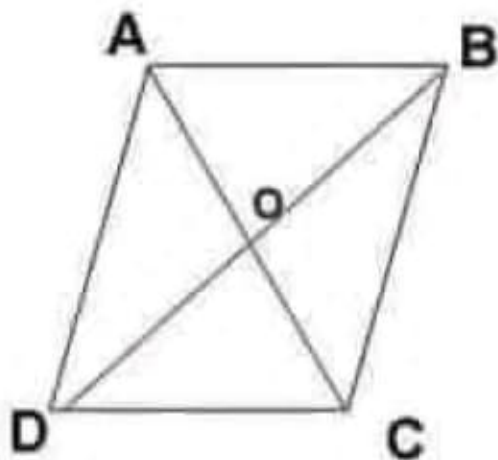
$\widehat{A}$ و $\widehat{H}$ زاويتان خارجيتان متكاملتان ($\widehat{A} + \widehat{H} = 180^\circ$)

$\widehat{B}$ و $\widehat{G}$ زاويتان خارجيتان متكاملتان ($\widehat{B} + \widehat{G} = 180^\circ$)

$\widehat{D}$ و $\widehat{E}$ زاويتان داخليتان متكاملتان ($\widehat{D} + \widehat{E} = 180^\circ$)

ب - زوايا المثلث : مجموع زوايا المثلث يساوي 180° ($\widehat{C} = 180^\circ - \widehat{A} - \widehat{B}$).

متوازي الأضلاع:



ABCD رباعي

- $(AD) \parallel (BC)$ و $(AB) \parallel (DC)$

فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع

- إذا تقاطع القطران $[AB]$ و $[BD]$ في منتصفها

فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع

- ABCD رباعي غير متقاطع $AD = BC$ و $AB = CD$

فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع

$AB = CD$ و $(AB) \parallel (DC)$ فإن الرباعي ABCD متوازي أضلاع



Aissa Aissa Ben

وسائل إثبات أن رابعيا متوازي الأضلاع

لإثبات أن رابعيا متوازي الأضلاع علينا أن نثبت صحة إحدى الخواص التالية :

✓ القطران لهما نفس المنتصف

✓ ضلعان متقابلان متوازيان و لهما نفس الطول

✓ كل ضلعين متقابلين متوازيين

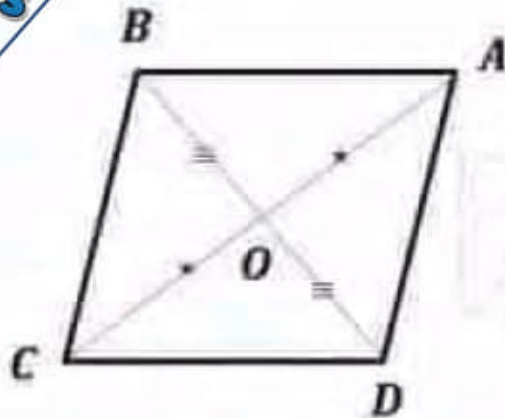
✓ كل ضلعين متقابلين لهما نفس الطول

✓ كل زاويتين متقابلتين لهما نفس القيس

✓ زاوية مكملة للزاويتين المتتاليتين لها .

مركز تناظر متوازي الأضلاع

- القطران $[AC]$ و $[DB]$ يتقاطعان في النقطة O .
- النقطة O هي مركز تناظر متوازي الأضلاع $ABCD$



الحالات التي يكون فيها رباعي متوازي أضلاع:

1. أضلاعه المتقابلة متوازية
2. أضلاعه المتقابلة متقايسة
3. قطراه يتقاطعان في منتصفهما
4. له ضلعان متوازيان و متقايسان
5. زواياه المتقابلة متقايسة

ملاحظة: (الزوايا المتقابلة متقايسة) يعني (الزوايا المتتالية متكاملة)

الحالات التي يكون فيها رباعي مستطيلا:

1. متوازي أضلاع له زاوية قائمة
2. متوازي أضلاع متقايس القطرين
3. رباعي له ثلاث زوايا قائمة

الحالات التي يكون فيها رباعي معين:

1. متوازي أضلاع له ضلعان متتاليان متقايسان
2. متوازي أضلاع متعامد القطرين
3. رباعي متقايس الأضلاع
4. رباعي قطراه منصفوا زواياه

الحالات التي يكون فيها رباعي مربعا:

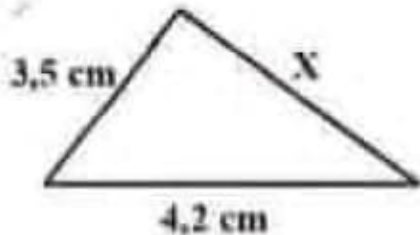
1. مستطيل له ضلعان متتاليان متقايسان
2. مستطيل متعامد القطرين
3. معين له زاوية قائمة
4. معين متقايس القطرين

Aissa Aissa Ben



التعريف الثالث :

إليك الشكل:

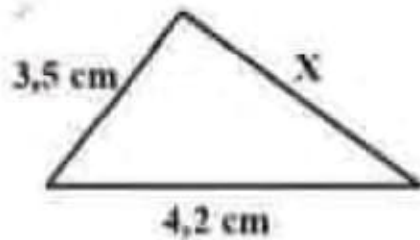


- أكتب المعادلة التي تسمح بحساب الطول X علما أن محيط المثلث هو $14,5\text{cm}$.
- أحسب قيمة العدد x .

Aissa Aissa Ben

التمرين الثالث :

إليك الشكل:



- أكتب المعادلة التي تسمح بحساب الطول X علما أن محيط المثلث هو 14,5cm .
- أحسب قيمة العدد x

الحل

حل المعادلة

$$x = 14,5 - 3,5 - 4,2$$

$$x = 11 - 4,2$$

$$x = 6,8 \text{ cm}$$

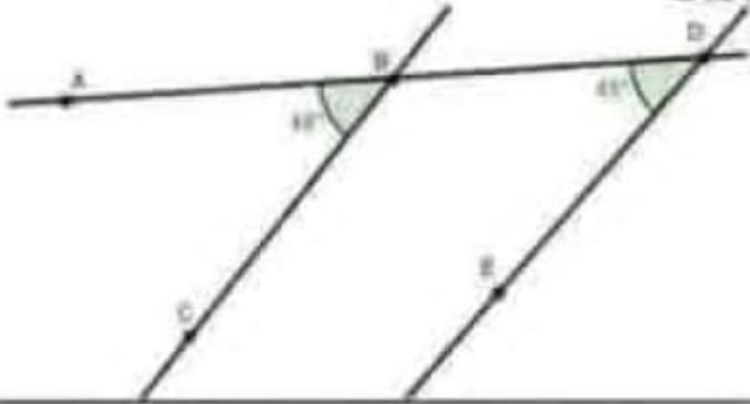
المعادلة التي تسمح بحساب x

$$p = 14,5 \text{ cm}$$

$$3,5 \text{ cm} + 4,2 \text{ cm} + x = 14,5 \text{ cm}$$

متوازيان و قاطع

التمرين 4: في الشكل التالي، بين أن المستقيمان (BC) و (DE) غير متوازيان.



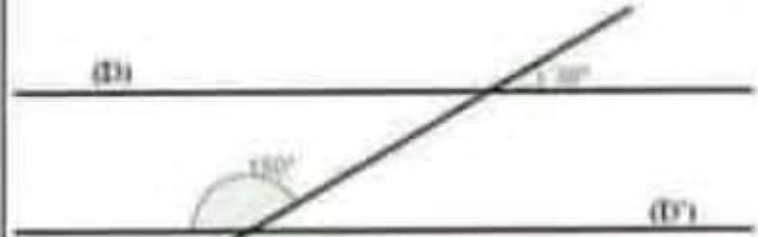
التمرين 1: في الشكل التالي (AB) و (A'B') مستقيمان متوازيان، والمستقيم (CO') قاطع لهما في O و O' على التوالي.



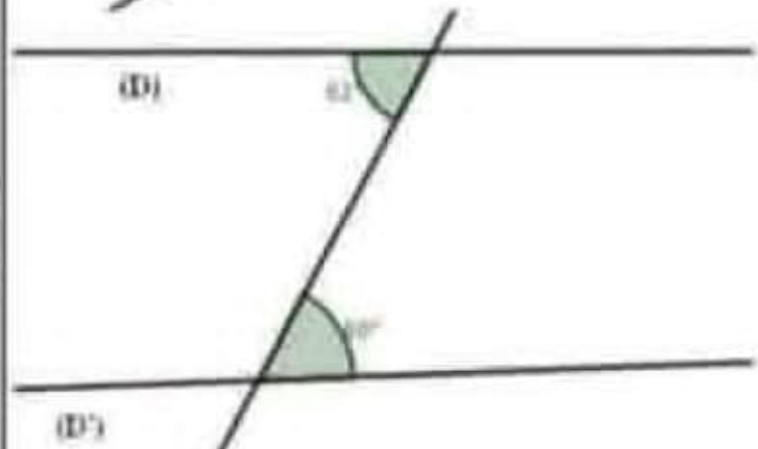
أحسب في هذا الترتيب: $\widehat{AOO'}$ و $\widehat{B'O'O}$ و $\widehat{O'OB}$ و $\widehat{OO'A'}$.

التمرين 2: حدد في كل حالة من الحالات التالية ما إذا كان (D) و (D') متوازيان أم لا، مع التعليل.

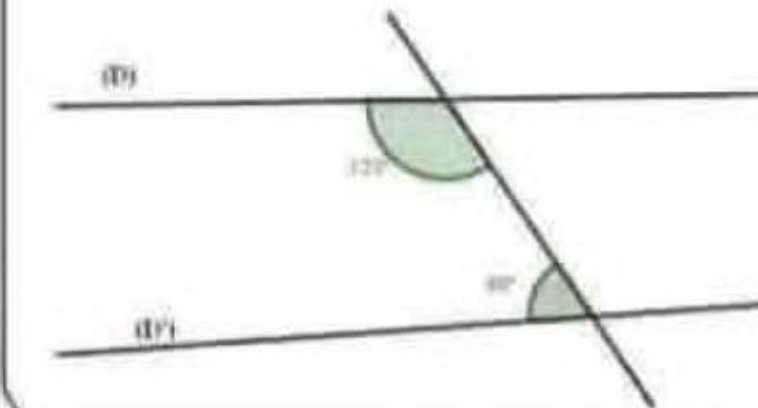
(1)



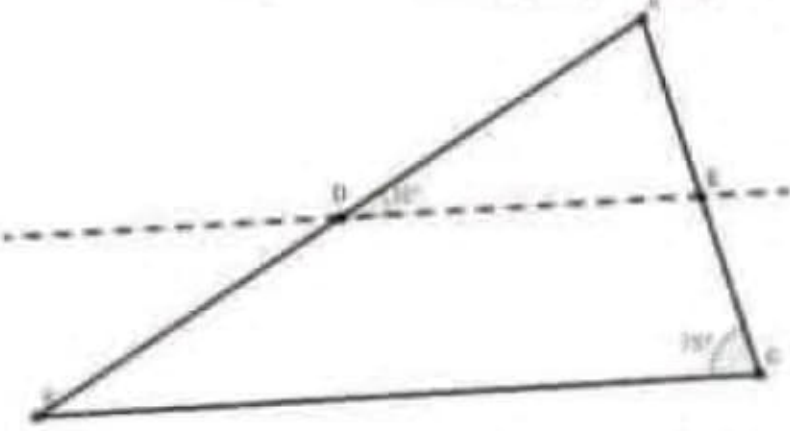
(2)



(3)

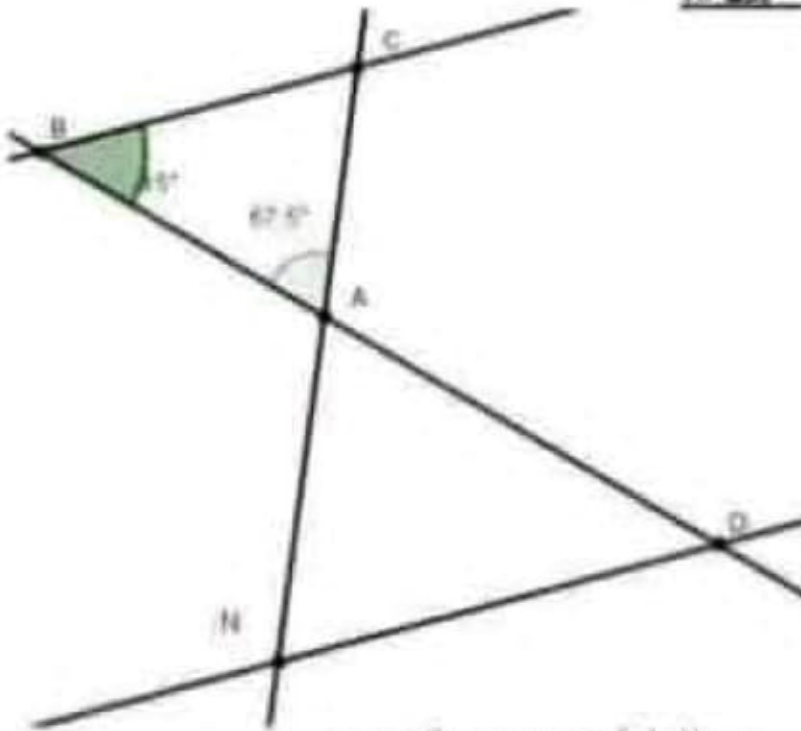


التمرين 5: $\triangle ABC$ مثلث متساوي الساقين في B و D نقطة من القطعة [AB] و E نقطة من القطعة [AC] بحيث $\widehat{ADE} = 30^\circ$ و $\widehat{ACB} = 75^\circ$.



- (1) أنقل الشكل في نظركم.
- (2) أحسب قياس الزوايا $\widehat{ABC}$ و $\widehat{BAC}$.

التمرين 6:



في الشكل أعلاه $\triangle ABC$ مثلث حيث $\widehat{ABC} = 45^\circ$ و $(BC) \parallel (ND)$ و $\widehat{BAC} = 67,5^\circ$.

- (1) أحسب $\widehat{ACB}$ و $\widehat{ADN}$.
- (2) أحسب بطريقتين مختلفتين $\widehat{AND}$.
- (3) بين أن المثلث $\triangle AND$ متساوي الساقين.

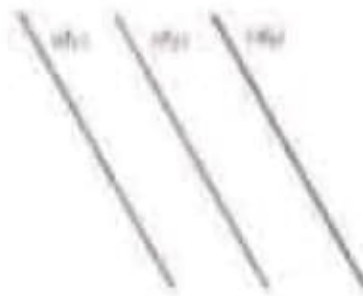


التمرين 3:

$\triangle ABC$ مثلث متساوي الساقين في A و D نقطة من القطعة [AB] و E نقطة من القطعة [AC] بحيث $\widehat{ADE} = 40^\circ$ و $(DE) \parallel (BC)$ أنشئ الشكل.

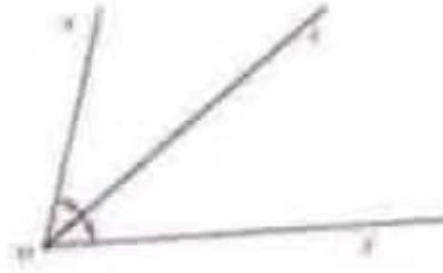
- (1) أنشئ الشكل.
- (2) أحسب: $\widehat{ABC}$ و $\widehat{ACB}$ و $\widehat{BAC}$.
- (3) في حال كانت: $\widehat{ADE} = 45^\circ$ ما هي طبيعة المثلث $\triangle ABC$ ؟
- (4) في حال كانت: $\widehat{ADE} = 60^\circ$ ما هي طبيعة المثلث $\triangle ABC$ ؟

بما أن $(d_1) \parallel (d_2)$ و $(d_2) \parallel (d_3)$
فإن $(d_1) \parallel (d_3)$



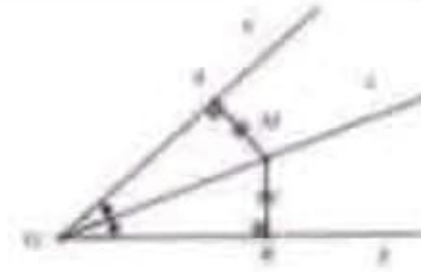
خاصية 08 إذا كان مستقيم موازيا لأحد مستقيمين متوازيين فإنه يوازي الآخر.

بما أن (Oz) منصف الزاوية $\widehat{xOy}$
فإن $\widehat{xOz} = \widehat{zOy}$



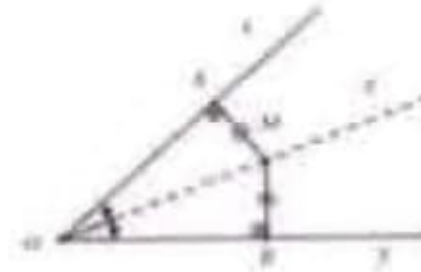
خاصية 09 منصف زاوية هو نصف مستقيم - مبدؤه رأس هذه الزاوية - يقسمها إلى زاويتين متساويتين.

بما أن $AM = MH$ فإن $M \in (Oz)$ حيث AM و MH بعدي النقطة M عن ضلعي الزاوية $\widehat{xOy}$.



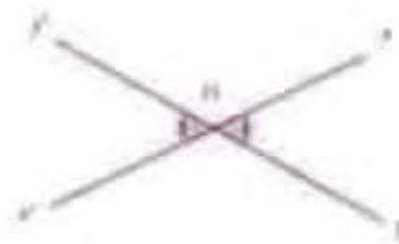
خاصية 10 إذا اتحت نقطة إلى منصف زاوية فإنها تبعد بنفس البعد عن ضلعي هذه الزاوية.

بما أن $AM = MH$ حيث AM و MH بعدي النقطة M عن ضلعي الزاوية $\widehat{xOy}$ فإن M تنتمي إلى منصف هذه الزاوية.



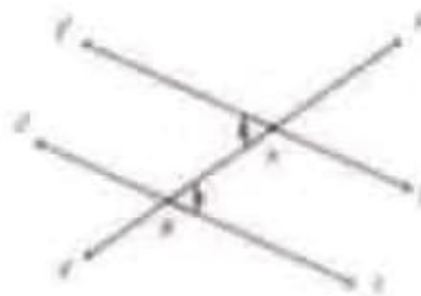
خاصية 11 إذا كانت نقطة تبعد بنفس البعد عن ضلعي زاوية فإنها تنتمي إلى منصف هذه الزاوية.

بما أن $\widehat{xOy}$ و $\widehat{x'O'y'}$ متقابلتان بالرأس فإنهما متساويتان.
 $\widehat{xOy} = \widehat{x'O'y'}$



خاصية 12 الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان متساويتان.

بما أن (xx') و (zz') قاطع لهما فإن $\widehat{xHz} = \widehat{yAx'}$ (متبادلتان داخليا)



خاصية 13 الزاويتان المتبادلتان داخليا و المتبادلتان خارجيتان متوازيين و قاطع لهما هما زاويتان متساويتان.

بما أن (xx') و (zz') قاطع لهما فإن $\widehat{xAy'} = \widehat{zBx'}$ (متبادلتان خارجيا)



خاصية 14 الزاويتان المتبادلتان خارجيا و المتبادلتان داخليا متوازيين و قاطع لهما هما زاويتان متساويتان.

خاصية 01 نقول عن النقطة M أنها منتصف القطعة $[AB]$ إذا اتحت إليها ، وكانت متساوية المسافة عن طرفيها.



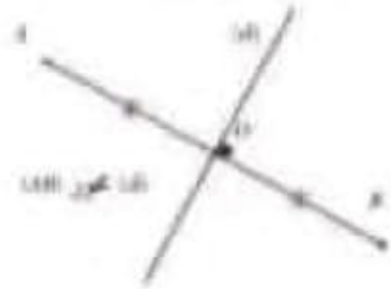
بما أن $M \in [AB]$ و $AM = MB$ فإن النقطة M منتصف القطعة $[AB]$.

خاصية 02 إذا كانت النقطتان A و A' متناظرتين بالنسبة إلى O فإن النقطة O منتصف قطعة المستقيم $[AA']$.



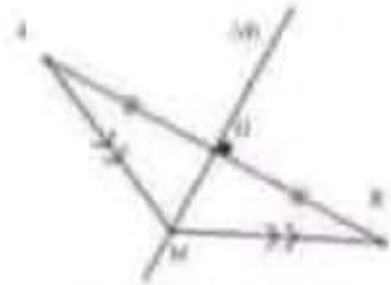
بما أن A نظيرة A' بالنسبة إلى O فإن النقطة O منتصف $[AA']$.

خاصية 03 محور قطعة مستقيم هو المستقيم العمودي على حامل هذه القطعة في منتصفها.



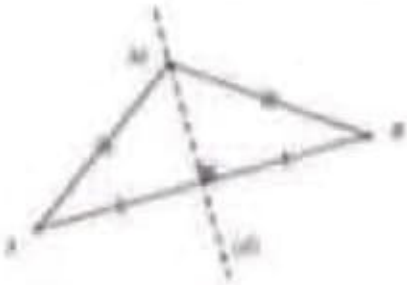
بما أن المستقيم (d) محور القطعة $[AB]$ يقطع حاملها في O فإن النقطة O منتصف $[AB]$.

خاصية 04 إذا اتحت نقطة إلى محور قطعة مستقيم فإنها تبعد بنفس المسافة عن طرفي هذه القطعة.



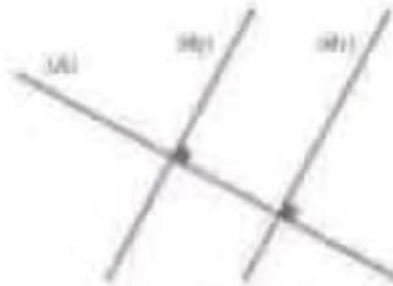
بما أن (d) محور $[AB]$ و $M \in (d)$ فإن $AM = MB$.

خاصية 05 إذا كانت نقطة تبعد بنفس المسافة عن طرفي قطعة مستقيم فإنها تنتمي إلى محور هذه القطعة .



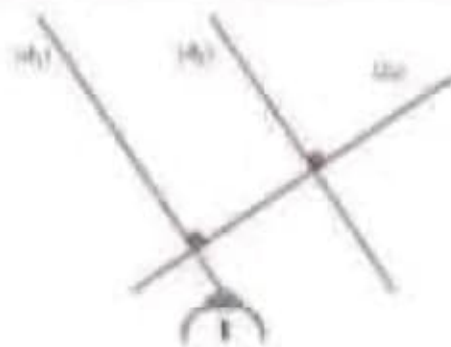
بما أن $AM = MB$ فإن $M \in (d)$ حيث (d) هو محور القطعة $[AB]$.

خاصية 06 المستقيمان العموديان على نفس المستقيم هما مستقيمان متوازيان.



بما أن $(d1) \perp (d)$ و $(d2) \perp (d)$ فإن $(d1) \parallel (d2)$.

خاصية 07 إذا عاود مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه يعاود الآخر.



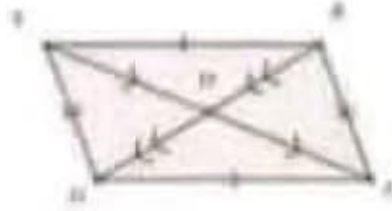
بما أن $(d1) \parallel (d2)$ و $(d1) \perp (d)$ فإن $(d2) \perp (d)$.

خاصية 22 في متوازي الأضلاع
القطران متماثلان (لهما نفس
المنتصف).



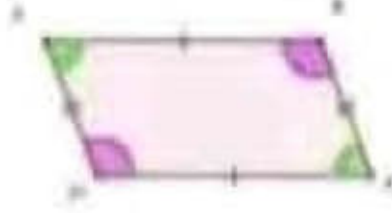
بما أن متوازي أضلاع
فإن AC و BD لهما نفس المنتصف
 $OA = OC = \frac{1}{2}AC$ و $OB = OD = \frac{1}{2}BD$

خاصية 23 إذا كان في رباعي القطران
متماثلان (لهما نفس المنتصف) فإن هذا
الرباعي متوازي أضلاع.



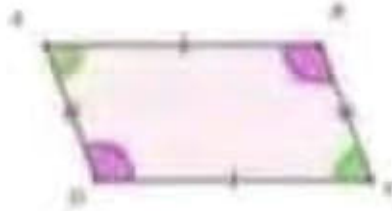
في الرباعي $ABCD$
بما أن O منتصف AC
و O منتصف BD
فإن الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

خاصية 24 في متوازي الأضلاع كل
زاويتين غير متاليتين (متقابلتين)
متماثلتان.



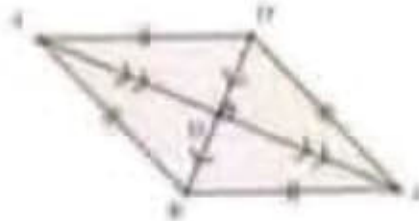
بما أن متوازي أضلاع
فإن $\angle A = \angle C$ و $\angle B = \angle D$

خاصية 25 إذا كان في رباعي
كل زاويتين غير متاليتين (متقابلتين)
متماثلتان
فإن هذا الرباعي متوازي الأضلاع.



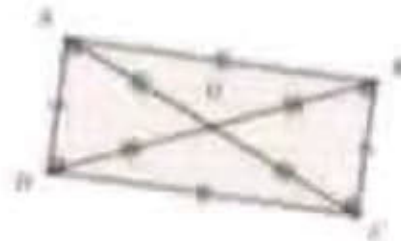
بما أنه لدينا في الرباعي $ABCD$
 $\angle A = \angle C$ و $\angle B = \angle D$
فإن $ABCD$ متوازي الأضلاع.

خاصية 26 المعين هو متوازي أضلاع له
ضلعان متتاليان متماثلان،
(القطران في المعين متعامدان
و متماثلان).



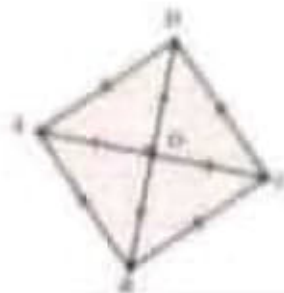
بما أن $ABCD$ معين فإن
 $AC \perp BD$
 $AB = BC = CD = AD$
 $OA = OC$ و $OB = OD$

خاصية 27 المستطيل هو متوازي أضلاع
إحدى زواياه قائمة،
(القطران متماثلان و متماثلان).



بما أن $ABCD$ مستطيل فإن
 $BC = AD$ و $AB = CD$
 $OA = OB = OC = OD$ و $AC = BD$
 $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = 90^\circ$

خاصية 28 المربع هو متوازي أضلاع له
ضلعان متتاليان متماثلان و إحدى زواياه
قائمة،
(القطران في المربع متماثلان
و متماثلان و متعامدان)



بما أن $ABCD$ مربع فإن
 $AB = BC = CD = AD$
 $OA = OB = OC = OD$ و $AC = BD$
 $\angle ABC = \angle BCD = \angle CDA = \angle DAB = 90^\circ$

1) جمع عددين نسبيين :

لجمع عددين نسبيين لهما نفس الإشارة نجمع العددين و نأخذ الإشارة المشتركة لهما .

مثال :

$$(+7) + (+3) = (+10)$$

نجمع العددين $10 = 3 + 7$ ونضع الإشارة المشتركة +

$$(+7) + (+3) = (+10)$$

مثال :

Be bel 🧑 | $(-7) + (-11) = (-18)$

نجمع العددين $18 = 11 + 7$ ونضع إشارة المشتركة -

$$(-7) + (-11) = (-18)$$

لجمع عددين نسبيين مختلفين في الإشارة نطرح العددين و نأخذ إشارة العدد الأكبر

مثال :

$$(+5) + (-3) = (+2)$$

نطرح العددين $2 = 5 - 3$ ونأخذ إشارة أكبر عدد +5

$$(+5) + (-3) = (+2)$$

مثال

$$(-7) + (+2) = (-5)$$

نطرح العددين $5 = 7 - 2$ ونأخذ إشارة أكبر عدد - 7

$$(-7) + (+2) = (-5)$$



(2) طرح عددين نسبيين :

لطرح عددين نسبيين نجمع العدد الأول بمعاكس العدد الثاني .
مثال

$$(+13) - (-6) = (+13) + (+6) = (+19)$$

نقوم بالجمع العدد الأول بمعاكس إشارة العدد الثاني
العدد الثاني هو (-6) معاكس العدد الثاني (-6) هو $(+6)$ تصبح العملية
كما يلي $(+13) + (+6)$ نطبق القاعدة جمع عددين نسبيين

$$(+13) + (+6) = (+19)$$

مثال

$$(-8) - (+3) = (-8) + (-3) = (-11)$$

نقوم بجمع العدد الأول بمعاكس العدد الثاني $(+3)$ هو (-3) تصبح
العملية كما يلي $(-8) + (-3)$ نطبق قاعدة جمع عددين نسبيين

Be bel 

$$(-8) + (-3) = (-11)$$

بسم الله الرحمن الرحيم

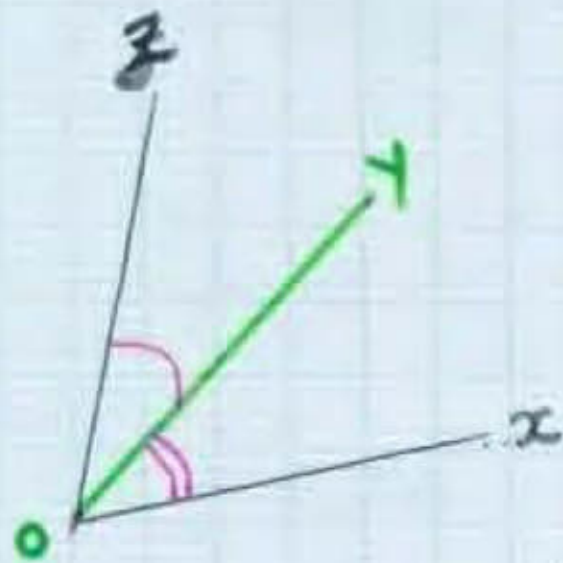
2AM

الزوايا والتوازي

الدرس "01"

1 الزاويتان المتجاورتان:

ما ذاتا حافتان الزاويتان:
 $\angle xoy$ و $\angle yoz$



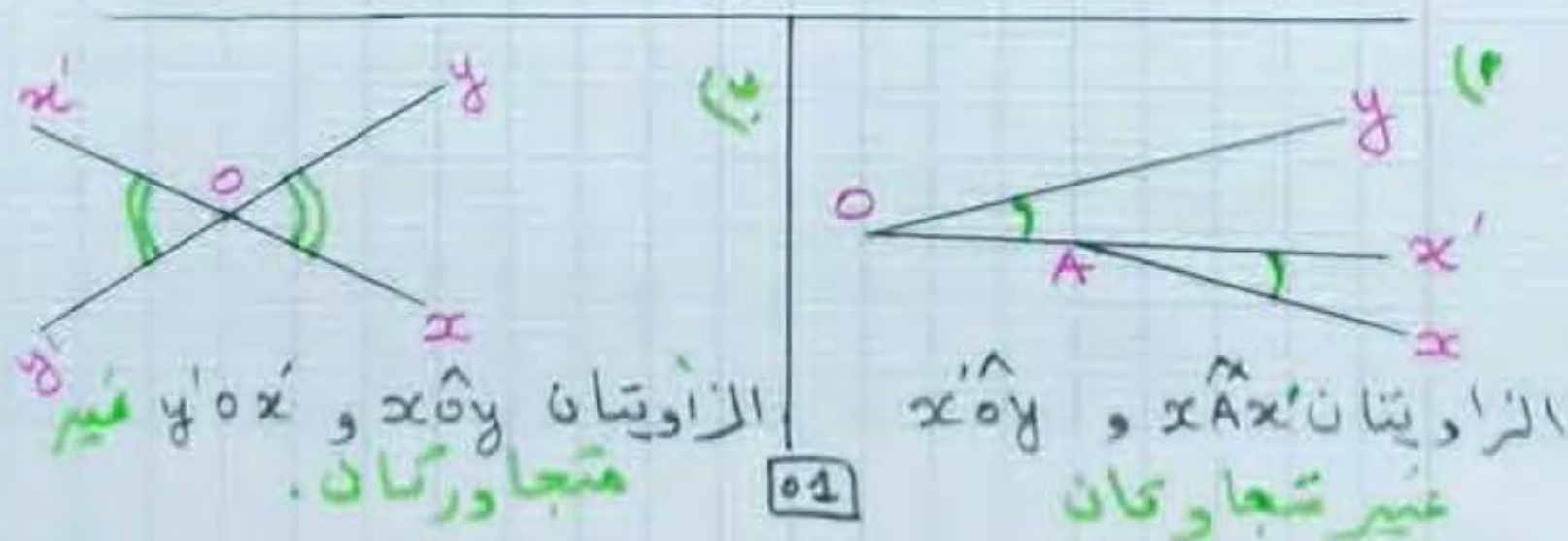
الملاحظة: نلاحظ أن:
الزاويتان $\angle xoy$ و $\angle yoz$ لهما:

- (أ) نفس الرأس o
- (ب) ضلع مشترك (oy)
- (ج) الضلع (oy) يفصل بينهما.

قناة
«أنا والرياضيات»
والعزباء
؟

النتيجة: نسمي الزاويتان $\angle xoy$ و $\angle yoz$ زاويتان
متجاورتان.

خلاصة: الزاويتان المتجاورتان هما الزاويتان المختلفتان التي
لهما نفس الرأس و ضلع مشترك يفصل بينهما.



01

بسم الله الرحمن الرحيم

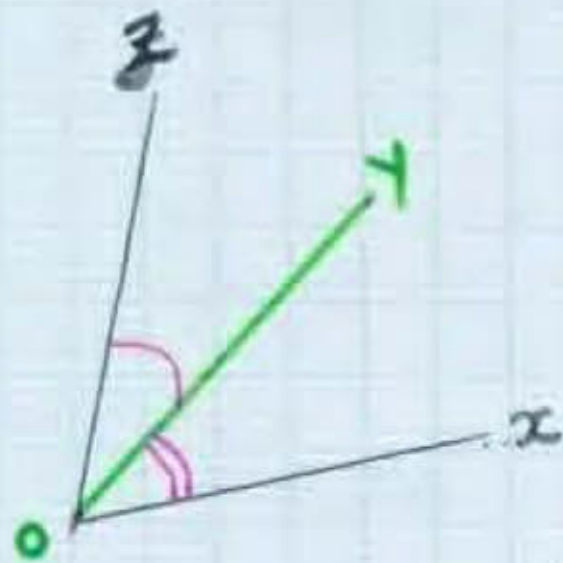
2AM

الزوايا والتوازي

الدرس "01"

1 الزاويتان المتجاورتان:

ما ذاتا حافتان الزاويتان:
 $\angle xoy$ و $\angle yoz$



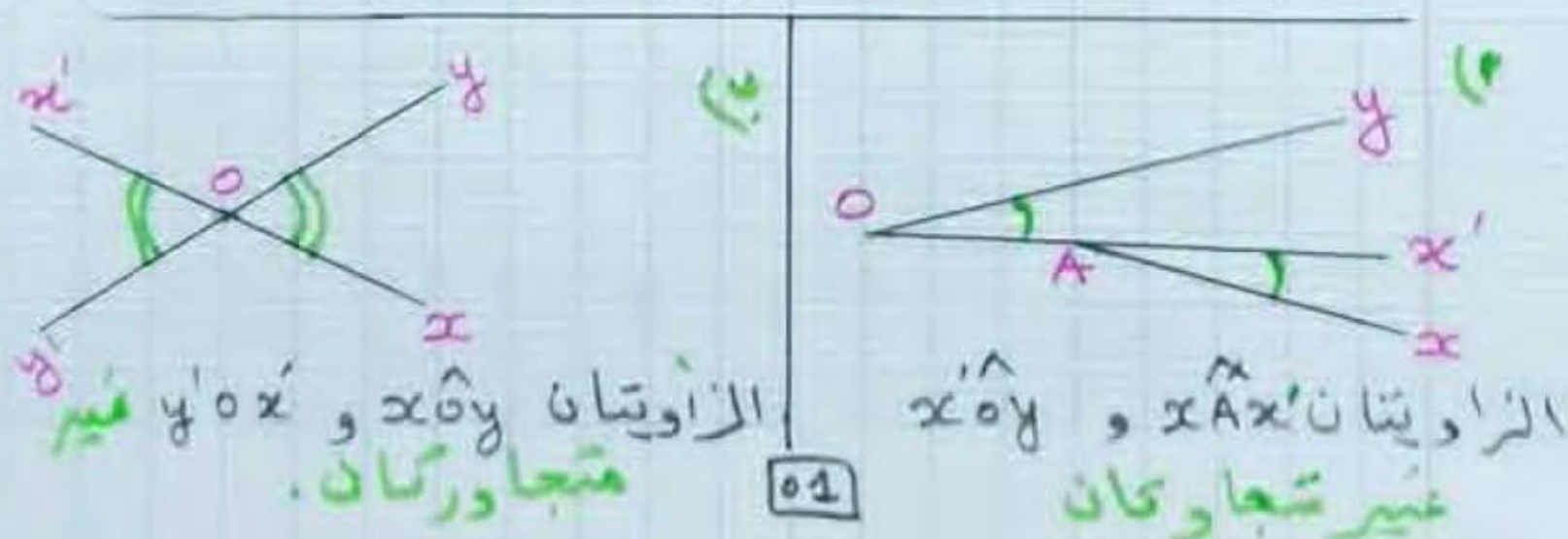
الملاحظة: نلاحظ أن:
الزاويتان $\angle xoy$ و $\angle yoz$ لهما:

- (أ) نفس الرأس o
- (ب) ضلع مشترك (oy)
- (ج) الضلع (oy) يفصل بينهما.

قناة
«أنا والرياضيات»
والغيزباء
؟

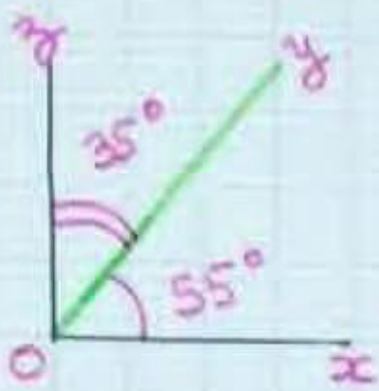
النتيجة: نسمي الزاويتان $\angle xoy$ و $\angle yoz$ زاويتان
متجاورتان.

خلاصة: الزاويتان المتجاورتان هما الزاويتان المختلفتان التي
لهما نفس الرأس و ضلع مشترك يفصل بينهما.



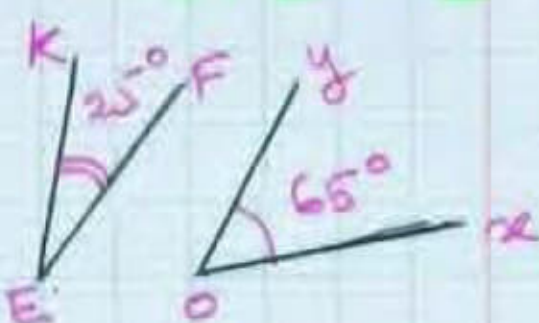
01

مع الزاويتان المتتامتان :



أحسب $x \hat{O} y + y \hat{O} z$
ما ذا نلاحظ

(أ)



(ب)

أحسب : $F \hat{E} K + x \hat{O} y$
ما ذا نلاحظ

الحل ١

$$x \hat{O} y + y \hat{O} z = 55^\circ + 35^\circ$$

$$x \hat{O} y + y \hat{O} z = 90^\circ$$

الحل ٢

$$x \hat{O} y + F \hat{E} K = 65^\circ + 25^\circ$$

$$x \hat{O} y + F \hat{E} K = 90^\circ$$

الملاحظة

نلاحظ أن مجموع قياس الزاويتان في الحالتين (أ) و (ب) يساوي 90°



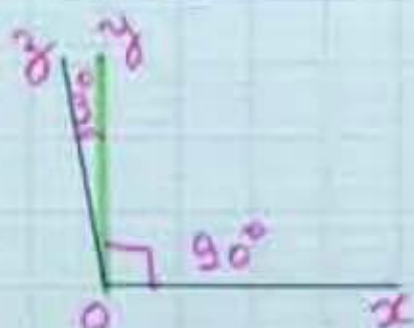
النتيجة : نسمي الزاويتان $x \hat{O} y$ و $F \hat{E} K$ زاويتان متتامتان .

والزاويتان $y \hat{O} z$ و $x \hat{O} y$ زاويتان متتامتان



الملاحظة

الزاويتان المتتامتان هما الزاويتان التي مجموع قياسيهما هو 90°



$$x \hat{O} y = 87^\circ$$

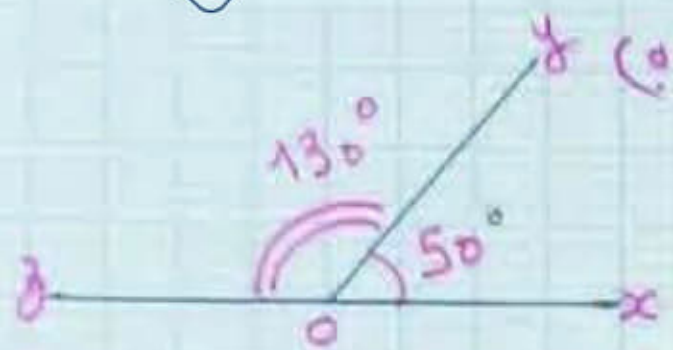
$$y \hat{O} z = 3^\circ$$

$$x \hat{O} y + y \hat{O} z = 87^\circ + 3^\circ = 90^\circ \neq 93^\circ$$

قناة
"تأمل الرياضيات"
المنيرة يا أي

منه فإن الزاويتان $x \hat{O} y$ و $y \hat{O} z$ غير متتامتان .

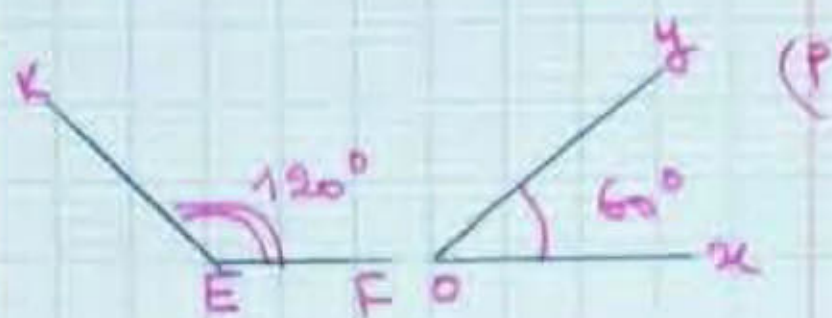
ق) الزاويتان المتكاملتان



أحسب $x\hat{o}y + y\hat{o}z$

$$x\hat{o}y + y\hat{o}z = 50^\circ + 130^\circ$$

$$x\hat{o}y + y\hat{o}z = 180^\circ$$



أحسب $x\hat{o}y + F\hat{E}K$

$$x\hat{o}y + F\hat{E}K = 60^\circ + 120^\circ$$

$$x\hat{o}y + F\hat{E}K = 180^\circ$$

الملاحظة:

نلاحظ أنه مجموع قيس الزاويتان في الحالتين (P) و (B) يساوي 180°

النتيجة: نسمي الزاويتان $x\hat{o}y$ و $F\hat{E}K$ زاويتان متكاملتان
وأيضا الزاويتان $x\hat{o}y$ و $y\hat{o}z$ زاويتان متكاملتان.

الخاصة: الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قيسهما هو

$$180^\circ$$

د) الزاويتان المتقابلتان بالرأس:

الزاويتان المتقابلتان بالرأس هما زاويتان لهما رأس مشترك
و ضلعاهما هو امتداد لبعضهما البعض



الزاويتان $\hat{x}y$ و $\hat{x}'y'$ هما زاويتان
متقابلتان بالرأس

خاصية ١

كل زاويتان متقابلتان بالرأس هما زاويتان

متقابلتان

$$\hat{x}y = \hat{x}'y'$$

٥٤

بالتوفيق للجميع

من قناتكم : قناة الرياضيات

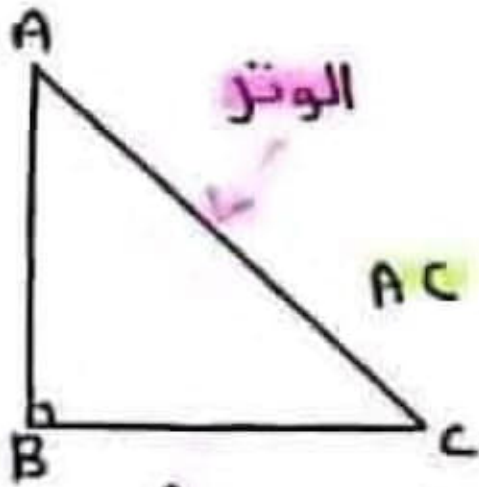
والعقيد بابه



1. المثلثات الخاصة :

المثلث القائم : هو مثلث واحد من زواياه قائمة

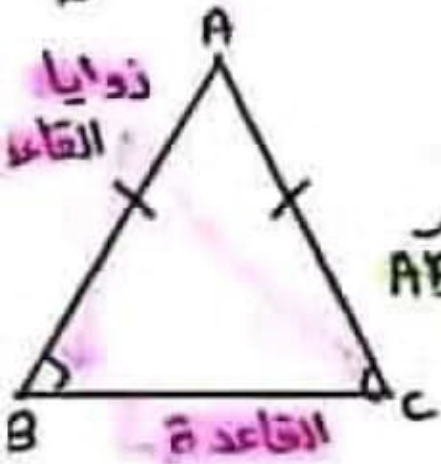
مثال : المثلث ABC قائم في B معناه $\angle B = 90^\circ$ ووتره AC



المثلث متساوي الساقين : هو مثلث له ضلعان متقايضان

مثال : ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأمامي A

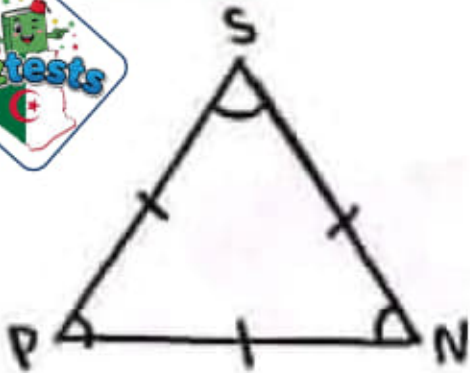
معناه $AB = AC$ وزاويتا القاعدة متقايستان $\angle ABC = \angle ACB$



المثلث متقايس الأضلاع : هو مثلث كل أضلاعه متقايسة

مثال : SPN مثلث متقايس الأضلاع معناه :

$$SP = PN = NS \text{ و } \angle SPN = \angle PNs = \angle NSP$$



2. المربع، المعين والمستطيل :

المربع : هو رباعي كل أضلاعه متقايسة وكل زواياه قائمة وأضلاعه المتقابلة

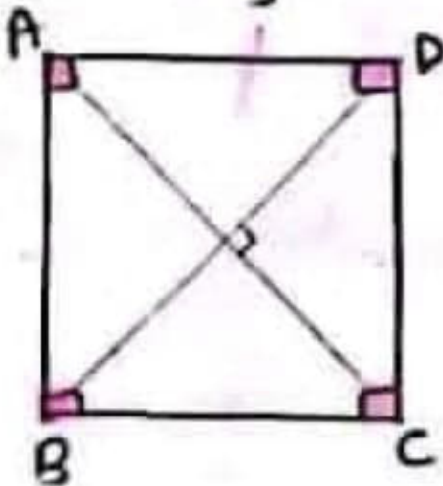
متوازية .

مثال : مربع $ABCD$ معناه :

$$AB = BC = CD = AD$$

$$90^\circ = \angle DAB = \angle ABC = \angle CDA = \angle BCD$$

أقطار المربع متقايسة ومتعامدة ومتعامدة .



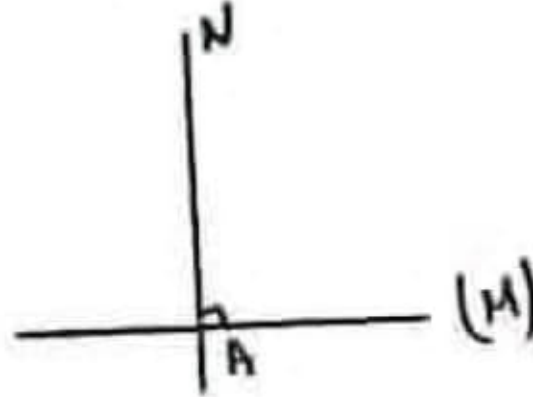
1- المستقيمان المتعامدان والمستقيمان للتوازية :

- المستقيمان المتعامدان : هما مستقيمان متقاطعان ويشكلان زاوية قائمة .

- مثال : المستقيمان (M) و (N) متعامدان ومقاطعان في النقطة A

$$(M) \perp (N)$$

ونقول أن المستقيم M عمودي على المستقيم N في النقطة A



صفحة دروس الد عم
في الرياضيات

- المستقيمان للتوازية يكون للمستقيمان متوازيان :

إما متطابقان

إما لا يشتركان في نقطة واحدة

(D)

(D) // (E)

- مثال : المستقيم (D) يوازي المستقيم (E) ونكتب

خاصية للمستقيمان للتوازية

خاصية 2 :

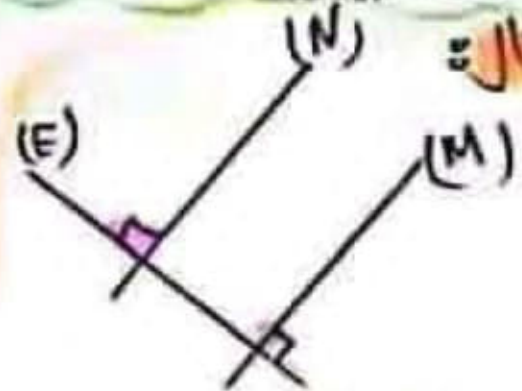
خاصية 1 :

المستقيم العمودي على أحد المستقيمين للتوازية يكون عمودياً على الآخر

المستقيمان للتوازية يمانهما مستقيمان إما لا يشتركان في نقطة وإما متطابقان

(M)
(M)

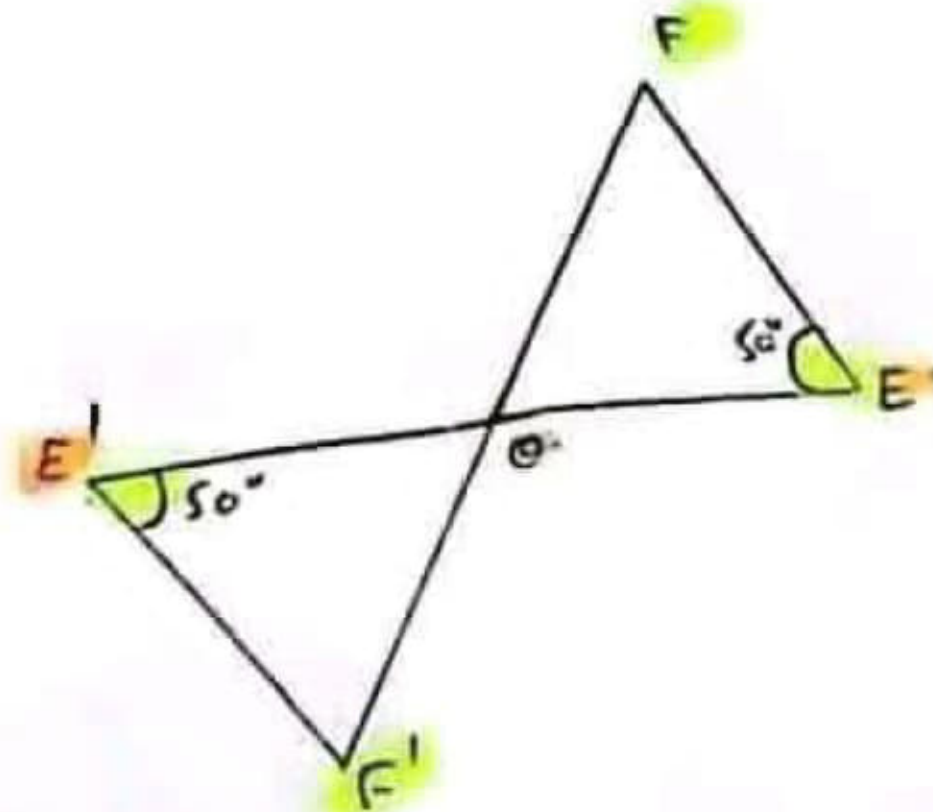
مثال :



3 المناظر المركزية

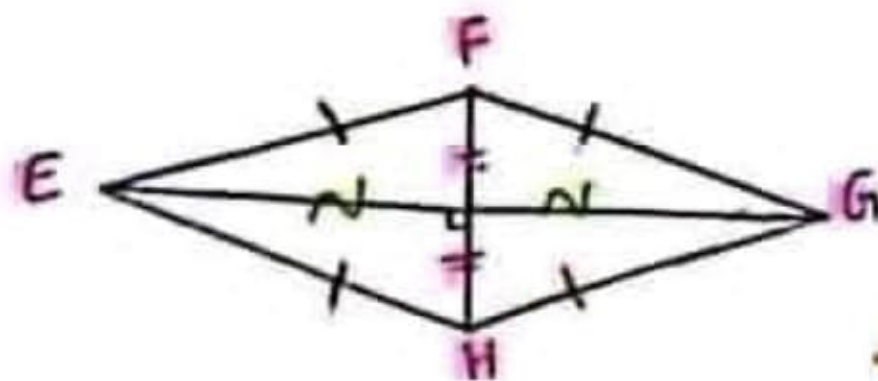
نقول أنَّ الشكْلين متناظرين بالنسبة إلى θ يعني أنَّهما يتطابقان بتدوير أحدهما نصف دورة حول هذه النقطة.
تسمى النقطة θ مركز التناظر.
يسمى التناظر بالنسبة إلى نقطة تناظراً مركزياً.

مثال :



المثلث $E'F'E$ نظير للمثلث $F'E'F$ بالنسبة إلى النقطة θ

للعين : هو رباعي كل أضلاعه متقايسة وأضلاعه لانتقابلة متوازية

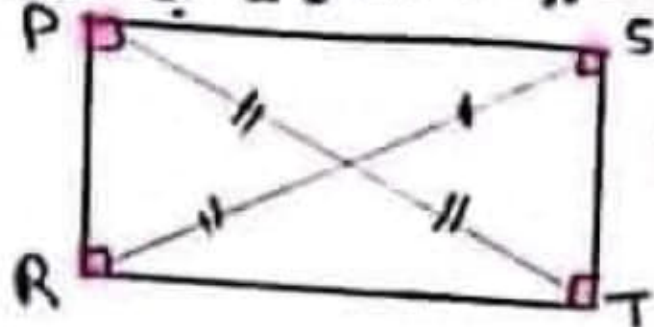


مثال : $EFGH$ معين معناه :

$$EF = FG = GH = EH$$

أقطار العين متعامدة ومتعامدة.

المستطيل : هو رباعي كل زواياه قائمة وفيه كل ضلعان متقابلان متساويان ومتوازيان.



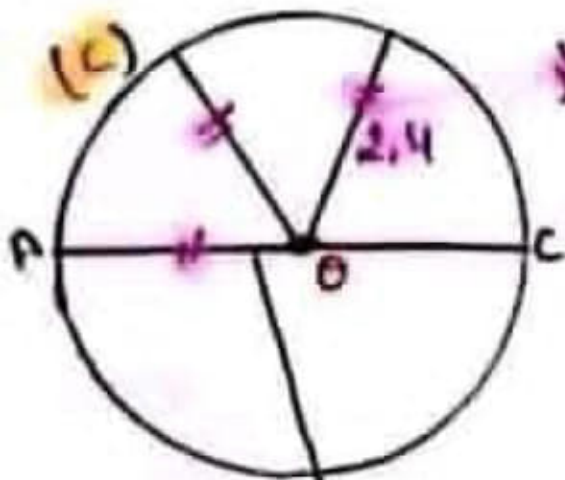
مثال : $PSTR$ مستطيل معناه :

$$\hat{RPS} = \hat{PST} = \hat{STR} = \hat{TRP}$$

أقطار المستطيل متساوية ومتقايسة

3 * الدائرة وقوس الدائرة :

الدائرة : هي مجموعة النقاط التي تبعد بنفس المسافة عن نقطة واحدة تسمى المركز. هذه المسافة تسمى نصف قطر الدائرة.



مثال : كل النقطة التي تبعد عن الدائرة بـ 2.4 cm

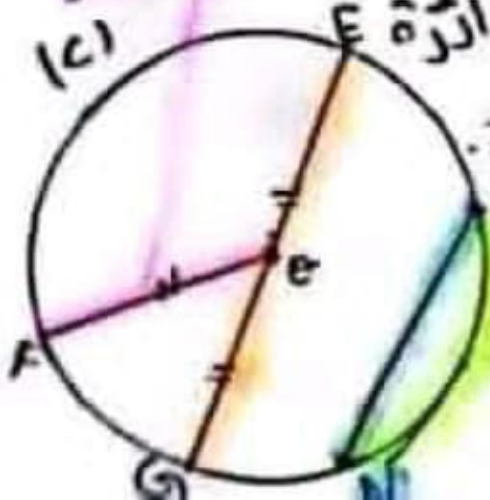
النقطة O هي مركز الدائرة (C) ونصف قطرها 2.4 cm

الوتر : هو قطعة مستقيمة طرفاهما من الدائرة.

القطر : هو كل وتر يشمل الدائرة ويشمل المركز مركز الدائرة.

نصف القطر : هو قطعة مستقيمة طرفها المركز ونقطة من الدائرة.

قوس الدائرة : هو جزء من الدائرة محدد بنقطتين من الدائرة.



مثال : الدائرة (C) هو القطر

هو الوتر

نصف القطر

هو القطر





استاذ

بوطيبة أ.
لرئيس

التمرين الأول: وحدة الطول المستثمر

LMN مثلث قائم في L حيث $LN = 5$ ، $LM = 6$
ولتكن O منتصف $[LM]$ والمستقيم (d) يشمل O و عمودي
على $[LM]$ يقطع $[MN]$ في P ، النقطة Q نظيرة النقطة P
بالنسبة إلى O .

1. أنشئ الشكل بدقة.
2. ماذا يمثل المستقيم (d) بالنسبة للقطعة $[LM]$ ؟ علل إجابتك.
3. ما نوع المثلث LPM ؟ علل إجابتك.
4. أثبت أن: $(LN) // (OP)$.
5. أثبت أن الرباعي $LPMQ$ معين.

التمرين الثاني: وحدة الطول المستثمر

EFG مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي F حيث
 $EG = 5$ و $EF = FG = 4$ ، النقطتين H و K منتصفا الضلعين
 $[EG]$ و $[EF]$ على الترتيب.

- أنشئ النقطة F' نظيرة F بالنسبة إلى H
- أنشئ النقطة G' نظيرة G بالنسبة إلى K
- 1. أنشئ الشكل بدقة.

2. بين أن $EG' = FG'$ و $(EG') // (FG)$
3. ما هو نظير المستقيم (EF) بالنسبة إلى النقطة K ؟ علل
4. ما هو نظير المثلث EFH بالنسبة إلى النقطة H ؟ علل

التمرين الثالث:

$[RL]$ قطعة مستقيم طولها $5cm$ ، (d) محور القطعة $[RL]$
في النقطة M و (C) دائرة مركزها M وقطرها $[RL]$
تقطع المستقيم (d) في النقطتين S و K .

1. أنشئ الشكل بدقة.
2. ما نوع المثلث RLK ؟ علل.
3. ما نوع المثلث LMS ؟ علل إجابتك.
4. أنشئ المستقيم (d') الذي يشمل القطعة S و يوازي (RL) .
- ما هي وصية المستقيمين (SK) و (d') ؟ علل إجابتك.
5. ما هو نظير المثلث RLS بالنسبة إلى M ؟ علل إجابتك.

التمرين الرابع:

EFG مثلث قائم في G ومتساوي الساقين، ولتكن النقطتين H
و I نظيرتي النقطتين E و F على الترتيب.

1. أنشئ الشكل بدقة.
2. ما نوع الرباعي $EFHI$ ؟ علل إجابتك.
3. عين نظيرة القطعة $[EF]$ ؟ علل إجابتك.

التمرين الخامس:

$[AB]$ قطعة مستقيم طولها $5cm$

1. أنشئ المستقيم (Δ) محور القطعة $[AB]$ و نقطة C من (Δ) يطلب تعيينها
2. أرسم المثلث ABC ثم بين نوعه مع التعليل
3. ما هو منتصف الزاوية $\angle ACB$ ؟ علل إجابتك.

التمرين السادس:

(Δ) و (Δ') مستقيمان متعامدان في E و G و H نقطتان
تختلفان عن E حيث G تنتمي إلى (Δ)
و H تنتمي إلى (Δ')

1. عين G' و H' نظيرتي G و H على الترتيب
بالنسبة إلى E
2. ما هي نظيرة كل من $[EH]$ و (Δ) و (EG) ؟
 EGH بالنسبة إلى E
3. ما نوع الرباعي $GHG'H'$ ؟ علل

التمرين السابع:

$[AB]$ قطعة مستقيم طولها $7cm$ و منتصفها M

1. أنشئ المستقيم (Δ) محور القطعة $[AB]$ و عين عليه
النقطة I حيث $IM = 4cm$
2. بين أن $IA = IB$ ثم استنتج نوع المثلث AIB .
3. أنشئ المستقيم (d) الذي يمر من I و يوازي (AB)
4. بين أن $(d) \perp (\Delta)$

التمرين الثامن:

(AB) و (CD) مستقيمان متعامدان في النقطة O

1. أنشئ $[OZ]$ منتصف الزاوية $\angle AOC$
2. عين على (OA) نقطة x و على (OC) نقطة y
حيث يكون المستقيم (OZ) محورا للقطعة $[xy]$ في
النقطة N
- أ) ما نوع المثلث xOy ؟ علل إجابتك
- ب) ما نوع المثلث xON ؟

التمرين التاسع:

إليك الشكل الآتي: (الإنشاء يكون باستعمال المنور)

1. أنشئ المستقيم (d) الذي يشمل B
و يوازي المستقيم (Δ) يقطع (xy)
في النقطة C
- ماذا نقول عن المستقيمين (d) و (xy) ؟
علل إجابتك
2. أنشئ المستقيم (d') الذي يشمل النقطة B و يعامد (Δ) في
النقطة D
3. هل $(d') // (d)$ ؟ علل إجابتك

التمرين العاشر:

- زاوية قياسها 50° ، عين النقطة O على الضلع (AY) ثم أنشئ النقطة C نظيرة النقطة A بالنسبة إلى O .
 (d) هو المستقيم العمودي على (AY) في النقطة O ويقطع (AX) في النقطة B .
1. أنشئ الشكل بدقة.
 2. ما طبيعة المثلث ABC ؟ وماذا يمثل المستقيم (BO) بالنسبة إليه؟
 3. أنشئ نظير المثلث ABC بالنسبة إلى O فتحصل بذلك على رباعي.
 - ما طبيعته؟ وماذا يمثل النقطة O بالنسبة إلى الرباعي؟

التمرين الحادي عشر:

- ABC مثلث، (BD) منتصف الزاوية ABC .
1. أنشئ المستقيم (d) محور القطعة $[AB]$ في النقطة M .
 2. أنشئ المستقيم (d') محور القطعة $[BC]$ في النقطة N .
 3. O نقطة تقاطع (d) و (d') ، أنشئ النقطة B' نظيرة النقطة B بالنسبة إلى O .
 4. أتمم ما يلي:
- (أ) O منتصف $[BB']$ إذن: $OB = OB'$
 (ب) (d) محور القطعة $[AB]$ و O نقطة من (d) إذن: $OB = OB'$ حسب الخاصية ".....".
 (ت) النقطة C نظيرة بالنسبة إلى
 (ث) نستنتج أن: $OB = OB' = OC$

التمرين الثاني عشر: وحدة الطول المستقيم

1. أرسم مثلث ABC قائم في A ومتساوي الساقين حيث $AB = 4$; $AC = 3$;
2. أنشئ المستقيم (Δ) محور القطعة $[BC]$ حيث O نقطة تقاطع (Δ) و $[BC]$
3. أنشئ الدائرة (C) التي تشمل النقط A, B, C ، ما هو مركزها وقطرها؟
4. عين النقطة D نظيرة A بالنسبة إلى O
5. ما نوع الرباعي $ABDC$ ؟ علل؟

التمرين الثالث عشر: وحدة الطول المستقيم

1. أرسم مثلث ABC قائم في A ومتساوي الساقين حيث $AB = AC = 3$
2. أنشئ المستقيم (Δ) محور القطعة $[BC]$ حيث O نقطة تقاطع (Δ) و $[BC]$
3. أنشئ النقطة D نظيرة A بالنسبة إلى O
4. ما نوع الرباعي $ABDC$ ؟ علل؟

التمرين الرابع عشر: وحدة الطول المستقيم

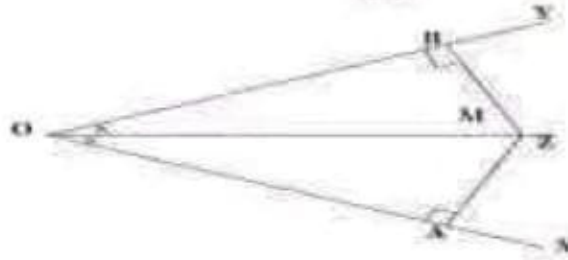
1. أرسم مستقيماً (d) و حدد عليه النقط A, B, C حيث: $AB = 5$; $BC = 3$; $AC = 8$
5. أنشئ بالمطور المستقيمين (Δ_1) ; (Δ_2) محوري القطعتين $[AB]$; $[BC]$ على الترتيب
6. ما وضعية المستقيمين (Δ_1) و (Δ_2) ؟ علل جوابك

التمرين الخامس عشر: وحدة الطول المستقيم

- ABD مثلث قائم في A بحيث $AB = 3$ و $AD = 4$
1. عين النقطة O منتصف $[BD]$ ثم أنشئ C نظيرة A بالنسبة إلى O .
 2. ما نوع الرباعي $ABCD$ مع التبرير.

التمرين السادس عشر:

أنقل الشكل الموالي:



1. متوحد المثلث ABM ؟ علل.
2. C هي نقطة تقاطع $[AB]$ و $[OZ]$
3. عين L من $[OZ]$ بحيث تكون C منتصف $[ML]$.
4. ما نوع الرباعي $BMAL$ ؟ علل.

<https://prof27math.weebly.com>



التمرين الاول

ارسم مثيلا للشكل المقابل على ورقة بيضاء .

① ارسم (d_1) محور $[AB]$ ثم (d_2) محور $[AC]$

(d_1) و (d_2) يتقاطعان في O .

② بين أن $OB = OC$.

③ بين أن O تنتمي إلى محور $[BC]$.

④ بين أن النقط A, B, C تنتمي دائرة، ما هو مركزها ؟



حل التمرين الاول

① إنشاء المستقيمين (d_1) و (d_2)

② نبين أن $OB = OC$.

بما أن O تنتمي إلى (d_1) محور $[AB]$ ، فإن : $OA = OB$ ①

بما أن O تنتمي إلى (d_2) محور $[AC]$ ، فإن : $OA = OC$ ②

من ① و ② نستنتج أن $OA = OB = OC$ ، أي : $OB = OC$.

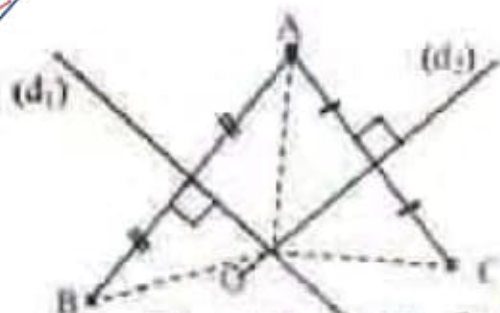
③ لدينا : $OB = OC$ أي أن النقطة O متساوية البعد عن طرفي القطعة

$[BC]$ ، إذن : O تنتمي إلى محور $[BC]$.

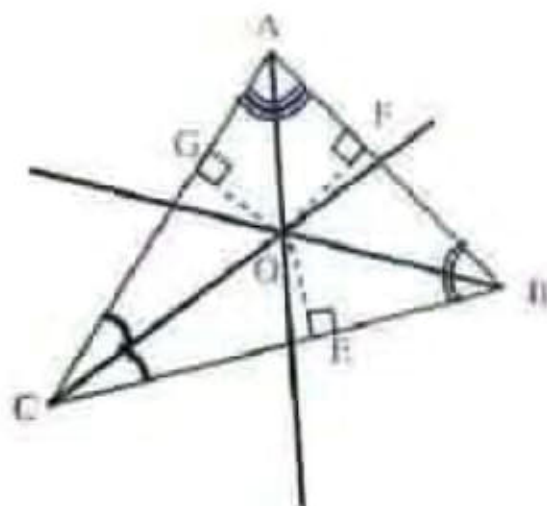
④ من جواب السؤال ① ، لدينا : $OA = OB = OC$ ، النقطة O متساوية

المسافة عن النقط A, B, C .

إذن O هي مركز لدائرة تشمل النقط A, B, C .



التمرين الثاني



لاحظ الشكل المقابل .

① بين أن :

$$OE = OF = OG$$

② بين أن النقط G, F, E

تنتمي دائرة . ما هو مركزها ؟

حل التمرين الثاني

ارجع إلى الشكل المعطى.

① النقطة O تنتمي إلى منصف الزاوية $\hat{C}$ ، فهي متساوية البعد عن

ضلعَيْها $[CA]$ و $[CB]$ ، أي : $OE = OG$ ①

كذلك ، O تنتمي إلى منصف الزاوية $\hat{B}$ ، فهي متساوية البعد عن

ضلعَيْها $[BA]$ و $[BC]$ ، أي : $OE = OF$ ②

من المساويتين ① و ② نستنتج أن : $OE = OF = OG$

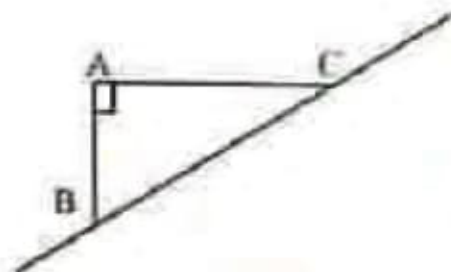
③ بما أن : $OE = OF = OG$ فإن النقطة O متساوية المسافة عن النقط

E, F, G .

إذن : O هي مركز لدائرة تشمل النقط A, B, C .

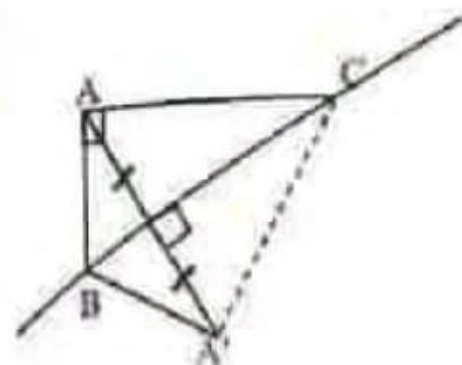


التمرين الثالث



- ارسم مثيلا للشكل المقابل .
- ① انشيء A' نظيرة A بالنسبة إلى (BC) .
 - ② بين أن (BC) منصف الزاوية (ABA')

حل التمرين الثالث

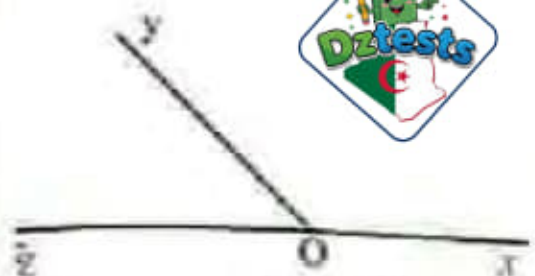


- ① رسم مثيل للشكل . ثم إنشاء النقطة A' نظيرة A بالنسبة إلى (BC)
 - ② إثبات أن (BC) منصف للزاوية (A')
- بما أن A' نظيرة A بالنسبة إلى (BC) فإن (BC) محور $[AA']$.

نستنتج أن (BC) محور تناظر الشكل $ABA'C$ ، وحسب خواص التناظر لوكزي ، فإن (BC) منصف للزاوية (ABA') .



التمرين الرابع



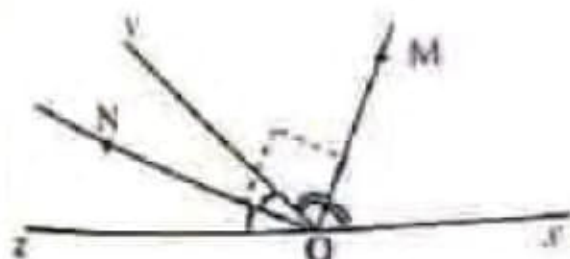
ارسم مثيلا للشكل المقابل

1 ارسم $[OM]$ منصف الزاوية (xOy) .

2 ارسم $[ON]$ منصف الزاوية (yOz) .

3 يبين أن $[OM]$ و $[ON]$ متعامدان ، تحقق من ذلك بالكوس.

حل التمرين الرابع



1 رسم $[OM]$ منصف (xOy) .

2 رسم $[ON]$ منصف (yOz) .

3 نبين أن $[OM]$ و $[ON]$ متعامدان .

لدينا: $xOy + yOz = 180^\circ$ أي $\frac{xOy}{2} + \frac{yOz}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$ ①

بما أن $[OM]$ منصف الزاوية xOy ، فإن: $\frac{xOy}{2} = MOy$

و بما أن $[ON]$ منصف الزاوية yOz ، فإن: $\frac{yOz}{2} = yON$

بالرجوع إلى المساواة ① نستنتج أن: $MOy + yON = 90^\circ$

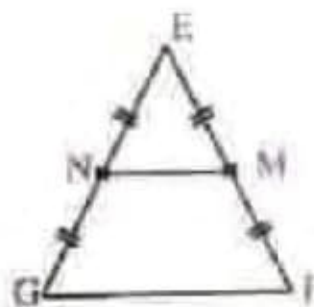
ومنه: $MON = 90^\circ$ ، إذن: $[OM]$ و $[ON]$ متعامدان.

(أعد رسم الشكل بدقة ، ثم تحقق من ذلك بالكوس).

التمرين الخامس

- ① ارسم مثلثا EFG متساوي الساقين في E .
أنشيء النقطتين M , N منتصفي الضلعين [EF] , [EG] على الترتيب.
- ② بين أن المثلث EMN متساوي الساقين في E .
- ③ تحقق بالكوس أن $(MN) \parallel (FG)$.

حل التمرين الخامس



- ① رسم الشكل حسب المعطيات.
- ② المثلث EFG متساوي الساقين في E
إذن : $EF = EG$
بما أن M منتصف [EF] و N منتصف [EG] ،
فإن : $EM = MF = EN = NG$
إذن المثلث EMN متساوي الساقين في E .
- ③ باستعمال الكوس ، نجد $(MN) \parallel (FG)$.



التمرين السادس

1 ارسم قطعه مستقيم $[AC]$ طولها 4cm والنقطة O منتصفها أنشئ المستقيم (d) محورها.

2 أرسم الدائرة (f) التي قطرها $[AC]$ ثم أحس محيطها $(\pi = 3,14)$.

3 الدائرة (f) تقطع (d) في النقطتين B و D

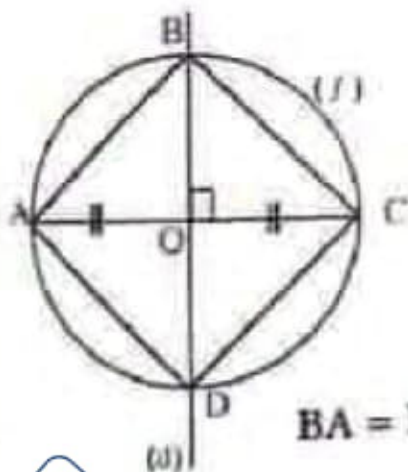
أ) ما نوع المثلث ABC - علل ؟

ب) أحس مساحة هذا المثلث ؟

ج) حدد نوع الرباعي $ABCD$ ؟ مع التعليل



حل التمرين السادس



1 رسم الشكل حسب المعطيات.

2 حساب محيط الدائرة (f) .

$P = 4 \times 3,14$ ، أي : $P = 12,56\text{cm}$

3 أ. نوع المثلث ABC .

بما أن B تنتمي إلى (d) محور $[AC]$ ، فإن : $BA = BC$

ومنه المثلث ABC متساوي الساقين في B .

ب. مساحة المثلث ABC .

لدينا : $A = \frac{AC \times BO}{2} = \frac{4 \times 2}{2}$ ، أي : $A = 4\text{cm}^2$

جـ الرباعي $ABCD$ قطراه $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس الطول ومتعامدان فهو مربع.

