

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

دورة: 2024

المدة: 03 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 11 كرتة متماثلة لا نفرق بينها باللمس موزعة كما يلي: كرتتان بيضاوان مرقمتان بـ: 1 ، 3 وأربع كرات حمراء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 ، 3 وخمس كرات خضراء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 ، 3 ، 4 (I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من الكيس ونعتبر الحوادث الآتية:

A : " الحصول على 3 كرات من نفس اللون " ، B : " الحصول على 3 كرات جُداء أرقامها عدد فردي " C : " الحصول على 3 كرات جُداء أرقامها عدد زوجي "

(1) أ) احسب $P(A)$ احتمال الحادثة A و بيّن أن: $P(B) = \frac{56}{165}$ ثم استنتج $P(C)$

ب) احسب الاحتمال الشرطي $P_A(B)$

(2) المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كرات، عدد الكرات التي تحمل رقما زوجيا.

أ) عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) احسب احتمال الحادثة $(X > 1)$

(II) نسحب الآن من الكيس عشوائيا 3 كرات على التوالي وبدون إرجاع.

- احسب احتمال الحادثة D : " الحصول على 3 كرات جُداء أرقامها معدوم "

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية:

$$(z - 1 + 2\sqrt{3})[z^2 - 2(1 - \sqrt{3})z + 5 - 2\sqrt{3}] = 0$$

(II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C

التي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A = 1 - \sqrt{3} + i$ ، $z_B = 1 - 2\sqrt{3}$ و $z_C = \overline{z_A}$

(1) اكتب كلّ من $z_A - 1$ ، $z_C - 1$ و z_B على الشكل المثلثي.

(2) جد لاحقة النقطة D مرجح الجملة المثقلة $\{(A; 1), (B; -1), (C; 1)\}$

(3) بيّن أن الرباعي ABCD معين.

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{4-u_n}{2+u_n}$

(1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثم برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $0 \leq u_n \leq 2$

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 4}$

(أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $-\frac{2}{3}$ ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n

(ب) بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{5}{1-v_n} - 4$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(3) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع:

$$T_n = \frac{1}{4+u_n} + \frac{1}{4+u_{n+1}} + \dots + \frac{1}{4+u_{n+2024}} \quad \text{و} \quad S_n = v_n + v_{n+1} + \dots + v_{n+2024}$$

- احسب S_n بدلالة n ثم استنتج T_n بدلالة n

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) يُمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x e^{-x+1} - 2$

- احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$		$g(1)$	

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -2x + 3 - x e^{-x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$).

(أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -2x + 3$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$

ثم ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(2) (أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x) - e^{-x+1}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

(4) (أ) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)

(ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = -2x + m$ حلين مختلفين.

(5) (أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن: $\int_0^1 x e^{-x+1} dx = e - 2$

(ب) استنتج بالسنتيمتر المربع $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين

معادلتاهما: $x = 0$ و $x = 1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 5 قطع كهربائية غير متميزة ولا نفرق بينها باللمس، منها 3 قطع سليمة وقطعتان غير سليمتين.

نرمز إلى القطعة السليمة بالرمز S وإلى القطعة غير السليمة بالرمز $\bar{S}$

نسحب عشوائيا من الكيس 3 قطع على التوالي مع الإرجاع ، ونعتبر الحوادث:

A : " القطعة الأولى المسحوبة سليمة " ، B : " سحب قطعة واحدة فقط سليمة "

C : " القطعة الثالثة المسحوبة سليمة "

(1) شكّل شجرة الاحتمالات التي تُتمذج هذه التجربة.

(2) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B ثم بيّن أنّ: $P(C) = \frac{3}{5}$

(3) احسب الاحتمال الشرطي $P_C(A)$ ، هل الحادثتان A و C مستقلتان ؟

(4) نُرْفَق بكل قطعة سليمة العدد 10 وبكل قطعة غير سليمة العدد -10 ، ونعتبر X المتغير العشوائي الذي

يرفق بكل عملية سحب من الكيس لثلاث قطع مجموع الأعداد المرفقة بها.

(أ) بَرّر أنّ قيم المتغير العشوائي X هي: -30 ، -10 ، 10 ، 30

(ب) عَيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عَيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة مما يلي:

(1) z عدد مركب مرافقه $\bar{z}$ ، مرافق العدد المركب $z+i$ هو:

(أ) $\bar{z}-i$ (ب) $\bar{z}+i$ (ج) $z-i$

(2) العدد المركب $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2024}$ يساوي: (أ) 1 (ب) i (ج) -1

(3) z عدد مركب حيث $z=2(1+i\sqrt{3})$

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نضع: $S_n = \ln|z| + \ln|z|^2 + \dots + \ln|z|^n$ ، لدينا:

(أ) $S_n = (n+1)^2 \ln 2$ (ب) $S_n = n(n+1) \ln 2$ (ج) $S_n = 2 \left(\frac{1-(2 \ln 2)^n}{1-2 \ln 2} \right) \ln 2$

(4) z عدد مركب حيث: $z = \sin \frac{\pi}{8} + i \cos \frac{\pi}{8}$ ، الشّكل المثلثي للعدد المركب z هو:

(أ) $-\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}$ (ب) $\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}$ (ج) $\cos \frac{3\pi}{8} + i \sin \frac{3\pi}{8}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) f الدّالة العددية المعرفة على المجال $[2; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x+1}{2x}$

- شكّل جدول تغيرات الدّالة f ثم استنتج أنّه من أجل كلّ x من $[2; +\infty[$ فإنّ $\frac{1}{2} < f(x) \leq \frac{3}{4}$

(u_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ، $n \geq 2$: $u_n = \frac{n}{2^n}$

(أ) بين أنه: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $n \geq 2$ فإن $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{3}{4}$

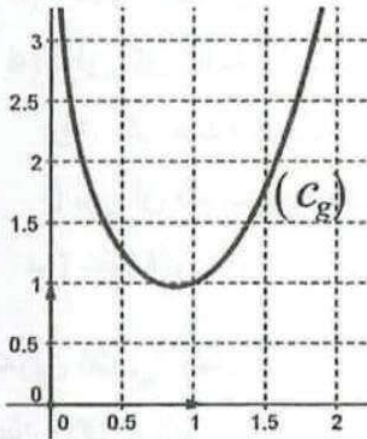
(ب) أثبت أنه: من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $n \geq 2$ فإن $u_n \leq \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n-2}$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(ج) نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$ ، $n \geq 2$: $S_n = \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_n}{n}$

- بين أن: $S_n = \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)$ ثم عين العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = \frac{511}{1024}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2} - \ln x$ ، (C_g) تمثيلها البياني كما في الشكل.



- بقراءة بيانية ، عين إشارة $g(x)$

(II) f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = -x - \frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (وحدة الطول 2cm).

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) (أ) بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن $f'(x) = \frac{-2g(x)}{x^3}$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(ج) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,71$

(3) (أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له.

(ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(4) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -1 ، يطلب تعيين معادلة له.

(5) (أ) ارسم كلاً من (Δ) ، (T) و (C_f)

(ب) m وسيط حقيقي، عين بياناً قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة: $\frac{\ln x}{x^2} = m$ حلين مختلفين.

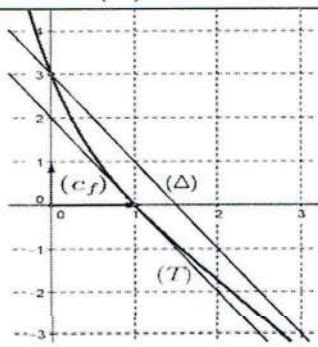
(6) (أ) أثبت أن الدالة $H: x \mapsto \frac{-1 - \ln x}{x}$ هي دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$ على $]0; +\infty[$

(ب) $\mathcal{A}(\alpha)$ المساحة بالسنتيمتر المربع للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمت

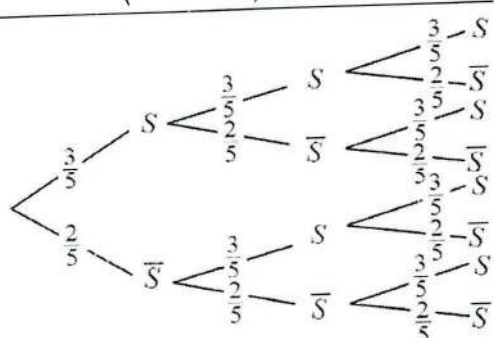
التي معادلاتها: $x=1$ ، $x=\alpha$ ، $y=-x$

- بين أن: $\mathcal{A}(\alpha) = 4\left(\alpha^2 - \frac{1}{\alpha} + 1\right)$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)											
العلامة	مجزأة												
التمرين الأول (04 نقاط)													
1,75	0,5×2	$P(B)=\frac{C_8^3}{C_{11}^3}=\frac{56}{165}$ ، $P(A)=\frac{C_4^3+C_5^3}{C_{11}^3}=\frac{14}{165}$ (أ)	(1 I)										
	0,25	$P(C)=1-P(B)=\frac{109}{165}$											
	0,5	$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{1}{7}$ (ب)											
1,75	0,25×4	<table><tr><td>x_i</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{56}{165}$</td><td>$\frac{84}{165}$</td><td>$\frac{24}{165}$</td><td>$\frac{1}{165}$</td></tr></table>	x_i	0	1	2	3	$P(X=x_i)$	$\frac{56}{165}$	$\frac{84}{165}$	$\frac{24}{165}$	$\frac{1}{165}$	(2)
	x_i	0	1	2	3								
	$P(X=x_i)$	$\frac{56}{165}$	$\frac{84}{165}$	$\frac{24}{165}$	$\frac{1}{165}$								
0,25	$E(X)=\frac{9}{11}$												
0,5	$P(X>1)=P(X=2)+P(X=3)=\frac{5}{33}$ (ب)												
0,5	0,5	$P(D)=1-P(\overline{D})=1-\frac{A_9^3}{A_{11}^3}=\frac{27}{55}$ $P(D)=\frac{3A_2^1\times A_9^2+3A_2^2\times A_9^1}{A_{11}^3}=\frac{27}{55}$ أو	(II)										
التمرين الثاني (04 نقاط)													
1,5	0,5×3	$S=\{1-2\sqrt{3}; 1-\sqrt{3}-i; 1-\sqrt{3}+i\}$	(I)										
1,5	0,5×3	$z_A-1=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$	(1 II)										
		$z_C-1=2\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$											
		$z_B=(2\sqrt{3}-1)(\cos\pi+i\sin\pi)$											
0,5	0,5	$z_D=\frac{z_A-z_B+z_C}{1-1+1}=1$	(2)										
0,5	0,5	($AB=AD=2$ و $ABCD$ متوازي أضلاع) معين $ABCD$	(3)										
التمرين الثالث (05 نقاط)													
1,75	0,25×3	$u_3=\frac{7}{5}$ و $u_2=\frac{1}{2}$ ، $u_1=2$	(1)										
	0,75+0,25	البرهان بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0\leq u_n\leq 2$											

2,25.	0,5 + 0,75	$v_n = -\frac{1}{4}\left(-\frac{2}{3}\right)^n$ ، $v_{n+1} = -\frac{2}{3}v_n$ (أ)	(2)							
	0,5	$u_n = \frac{5}{1-v_n} - 4$ (ب)								
	0,5	$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5}{1 + \frac{1}{4}\left(-\frac{2}{3}\right)^n} - 4 \right) = 1$								
1	0,5	$S_n = -\frac{3}{20}\left(-\frac{2}{3}\right)^n \left(1 + \left(\frac{2}{3}\right)^{2025}\right)$	(3)							
	$0,25 \times 2$	$T_n = 405 + \frac{3}{100}\left(-\frac{2}{3}\right)^n \left(1 + \left(\frac{2}{3}\right)^{2025}\right)$ ومنه $T_n = \frac{1}{5}(2025 - S_n)$								
التمرين الرابع (07 نقاط)										
0,75	0,5 + 0,25	$g(x) < 0$ ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $g(1) = -1$	(I)							
1,75	0,5 + 0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ (أ)	(1 (II)							
	0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-2x + 3)] = 0$ (ب)								
	0,75	لما $x < 0$: (C_f) أعلى (Δ) و لما $x > 0$: (C_f) أسفل (Δ) $(\Delta) \cap (C_f) = \{I(0;3)\}$								
1	0,5	$f'(x) = g(x) - e^{-x+1}$ (أ)	(2)							
	0,25	f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$ (ب)								
	0,25	جدول التغيرات <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	$+\infty$	$f'(x)$		-	$f(x)$
x	$-\infty$	$+\infty$								
$f'(x)$		-								
$f(x)$	$+\infty$	$-\infty$								
0,75	0,5 + 0,25	$y = -2x + 2$: معادلة (T) ، $x = 1$ تكافئ $f'(x) = -2$	(3)							
1,75	$0,25 \times 2$	(أ) الرسم 	(4)							
	0,75	رسم (Δ) و (T) رسم (C_f)								
	0,5	(ب) تقبل المعادلة $f(x) = -2x + m$ حلين مختلفين لما $2 < m < 3$								
1	0,5	(أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، نجد: $\int_0^1 x e^{-x+1} dx = e - 2$	(5)							
	0,5	(ب) $\int_0^1 (-2x + 3 - f(x)) dx = e - 2$ ومنه: $\mathcal{A} = 4(e - 2) \text{ cm}^2$								

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
العلامة	مجزأة											
التمرين الأول (04 نقاط)												
0,5	0,5	شجرة الاحتمالات 	(1)									
2,25	0,5×3	$P(B)=3\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{36}{125} \quad , \quad P(A)=\frac{3}{5}$ $P(C)=\left(\frac{3}{5}\right)^3+\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)^2+2\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{3}{5}$	(2)									
	0,25×3	$P_C(A)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=\frac{3}{5} \text{ و } P(A\cap C)=\left(\frac{3}{5}\right)^3+\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{9}{25}$ C و A مستقلتان: $P(A\cap C)=P(A)\times P(C)$ أو $P_C(A)=P(A)$	(3)									
1,25	0,25	(أ) تبرير أن قيم المتغير العشوائي هي: -30 ، 10 ، -10 ، -30 .	(4)									
	0,75	(ب) قانون الاحتمال:										
	0,25	<table><tr><td>x_i</td><td>-30</td><td>-10</td><td>10</td><td>30</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{8}{125}$</td><td>$\frac{36}{125}$</td><td>$\frac{54}{125}$</td><td>$\frac{27}{125}$</td></tr></table> الأمّل الرياضياتي: $E(X)=6$		x_i	-30	-10	10	30	$P(X=x_i)$	$\frac{8}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{54}{125}$
x_i	-30	-10	10	30								
$P(X=x_i)$	$\frac{8}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{27}{125}$								
التمرين الثاني (04 نقاط)												
1	0,5×2	$\overline{z+i}=\overline{z}-i$ (الإجابة: أ)	(1)									
1	0,5×2	$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2024}=(i)^{2024}=1$ (الإجابة: أ)	(2)									
1	0,5×2	$S_n=2\ln 2(1+2+\dots+n)=n(n+1)\ln 2$ (ب) (الإجابة: ب)	(3)									
1	0,5×2	$z=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=\cos\frac{3\pi}{8}+i\sin\frac{3\pi}{8}$ (ج) (الإجابة: ج)	(4)									
التمرين الثالث (05 نقاط)												
1,5	0,25×4	<table><tr><td>x</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$\frac{3}{4}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td></tr></table>	x	2	$+\infty$	$f'(x)$		-	$f(x)$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	(1)
	x	2	$+\infty$									
$f'(x)$		-										
$f(x)$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$										
0,5	- استنتاج أن: من أجل كل $x\in[2;+\infty[$ فإن $\frac{1}{2}<f(x)\leq\frac{3}{4}$											

2	0,75	(أ) من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $n \geq 2$ فإن $\frac{u_{n+1}}{u_n} = f(n)$ ومنه $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{3}{4}$	(2)
	0,75 + 0,25	(ب) برهان أنه من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ حيث $2 \leq n$: $u_n \leq \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} \right)^{n-2}$	
	0,25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{e^{n \ln 2}} = 0$ يمكن استعمال ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$	
1,5	0,5 + 1	(ج) $S_n = \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} \right)$ ، $S_n = \frac{511}{1024}$ تعني: $n = 10$	
التمرين الرابع (07 نقاط)			
0,5		$g(x)$ موجب تماما على المجال $]0; +\infty[$	(I)
0,5		$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	(1(II)
1,75	0,5	(أ) $f'(x) = \frac{-2g(x)}{x^3}$	(2)
	0,25	(ب) الدالة f متناقصة تماما على $]0; +\infty[$	
	0,25	جدول التغيرات	
0,75		(ج) f مستمرة ومتناقصة تماما على $[0,7; 0,71]$ و $f(0,7) \times f(0,71) < 0$ ومنه $f(x) = 0$: تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7 < \alpha < 0,71$	
0,75	0,25	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) = 0$ ومنه $y = -x$: مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	(3)
	0,5	(ب) من $f(x) + x = \frac{-\ln x}{x^2}$ نجد: (C_f) أعلى (Δ) على $]0; 1[$ وأسفل (Δ) على $]1; +\infty[$ ويقطعه في النقطة $A(1; -1)$	
0,75	0,5 + 0,25	$f'(x) = -1$ تكافئ $x = \sqrt{e}$ ، ومعادلة لـ (T) : $y = -x - \frac{1}{2e}$	(4)
1,5	0,25 × 2	(أ) الرسم.	(5)
	0,5	رسم (Δ) و (T)	
		رسم (C_f)	
0,5		(ب) للمعادلة: $\frac{\ln x}{x^2} = m$ حلان مختلفان لما $0 < m < \frac{1}{2e}$	
1,25	0,5	(أ) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $H'(x) = h(x)$	(6)
	0,5	(ب) $\int_{\alpha}^1 \frac{-\ln x}{x^2} dx = H(\alpha) - H(1) = \frac{-1 - \ln \alpha}{\alpha} + 1$	
	0,25	من $f(\alpha) = 0$ نجد: $\ln \alpha = -\alpha^3$ ومنه $\mathcal{A}(\alpha) = 4 \left(\alpha^2 - \frac{1}{\alpha} + 1 \right)$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.