



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: رياضيات

دورة: 2024

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 1 من 6 إلى الصفحة 3 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 5 بطاقات متماثلة مرقمة ب: 1، 1، 2، 3، 3 ويحتوي صندوق U_2 على 6 كرات متماثلة موزعة كما يلي: 4 كرات حمراء و 2 خضراوان (لا نفرق بين البطاقات ولا بين الكرات باللمس).
نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق U_1 :

- إذا حصلنا على الرقم 1 نسحب عشوائيا من U_2 كرة واحدة.
 - وإذا حصلنا على الرقم 2 نسحب عشوائيا من U_2 كرتين في آن واحد.
 - وإذا حصلنا على الرقم 3 نسحب عشوائيا من U_2 ثلاث كرات في آن واحد.
- نعتبر الحوادث الآتية، C_i : « البطاقة المتحصّل عليها تحمل الرقم i » حيث $i \in \{1; 2; 3\}$
 A : « الحصول على كرات حمراء فقط » ، B : « الحصول على كرات خضراء فقط »
 D : « الحصول على كرات ليست كلّها من نفس اللون »

$$(1) \text{ أ) بيّن أن: } P_{C_2}(B) = \frac{1}{15} \text{ و } P_{C_3}(D) = \frac{4}{5}$$

ب) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

ج) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(D)$

(2) احسب احتمال أن تكون البطاقة المتحصّل عليها تحمل الرقم 3

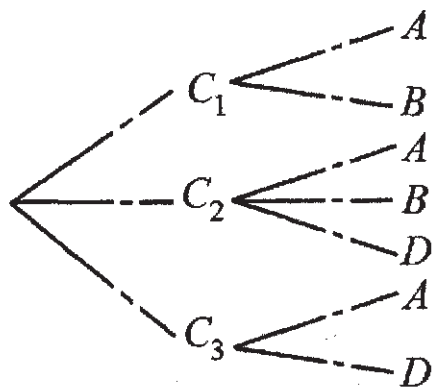
علما أن الكرات المسحوبة حمراء.

(3) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب عدد الألوان المتحصّل عليها.

- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضي $E(75X + 1917)$

(4) إذا كان عدد الكرات الحمراء في الصندوق U_2 هو $n + 4$ حيث n عدد طبيعي.

$$- \text{ جد قيمة } n \text{ التي من أجلها يكون } P_{C_3}(A) = \frac{7}{15}$$





التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z - 8 + 6i)(z^2 - 2z + 4) = 0$

ب) جد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $8 - 6i$

(II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C

التي لاحتقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = iz_A$ و $z_C = -z_A$

(1) تحقق أن: $z_A - z_B = i(z_C - z_B)$ ثم بين أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

(2) أ) اكتب كلاً من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي.

ب) استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة، يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

(3) النقطة D هي نظيرة B بالنسبة إلى مبدأ المعلم.

- بين أن الرباعي $ABCD$ مربع.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) نعتبر المعادلة $7x - 13y = 29 \dots (E)$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ) عين الحل الخاص $(x_0; y_0)$ للمعادلة (E) الذي يحقق: $x_0 - 3y_0 = 3$

ب) استنتج حلول المعادلة (E)

ج) عين الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) والتي من أجلها يكون: $|x - y - 5| \leq 6$

(2) أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 5

ب) بين أن العدد $2024 \times 3^{1445} + 2023^{4n+2} + 9^{2n+3}$ يقبل القسمة على 5

(3) عين الأعداد الطبيعية n بحيث: $\begin{cases} n \equiv 0[4] \\ 3^{x+y} + 19 \times 3^n - 2n \equiv 0[5] \end{cases}$ و $(x; y)$ حل طبيعي للمعادلة (E)

(4) A عدد طبيعي يكتب $5\alpha 2\beta$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 حيث α و β عدنان طبيعيان و $0 < \beta < \alpha$

- جد α و β حتى يكون: $A \equiv 4[5]$ ثم اكتب A في النظام العشري.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) يُمثل الجدول المقابل تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:

$$g(x) = (8 - 4x)e^x + 16$$

- أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $2,37 < \alpha < 2,38$

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$		$g(1)$	
	16		$-\infty$



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: رياضيات // بكالوريا 2024

(II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^x + 4x}{e^x + 4}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}, \vec{j}$)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ وفسرها هندسيا.

(2) أ) بين أنه: من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 4)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

(4) أ) ارسم (Δ) و (C_f) (نأخذ: $f(\alpha) \approx 1,4$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m حتى تقبل المعادلة $f(x) = \ln(m)$ حلّين مختلفين.

(5) أ) أثبت أنه: من أجل كل x من $[1; +\infty[$ ، $\frac{e^x}{e^x + 4} \leq f(x) \leq x$

ب) $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x = 2$ ، $x = 1$ ، $y = 0$

– بين أن: $\ln\left(\frac{e^2 + 4}{e + 4}\right) \leq \mathcal{A} \leq \frac{3}{2}$

(6) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = (e^n + 4)f(n)$

– احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

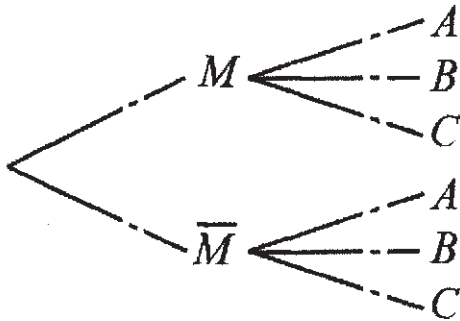


الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع على (03) صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (04 نقاط)

- يحتوي صندوق U_1 على 7 كرات منها: 3 كرات بيضاء و 4 كرات حمراء ويحتوي صندوق U_2 على 7 كرات منها: كرتان بيضاوان و 5 كرات حمراء (جميع الكرات متماثلة ولا نفرق بينها باللمس)
- نلقي نردا متوازنا أوجهه مرقمة من 1 إلى 6 ونسجل الرقم الظاهر على الوجه العلوي.
- إذا ظهر رقم مضاعف للعدد 3 ، نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 كرتين على التوالي دون إرجاع.
 - في الحالات الأخرى، نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 كرتين على التوالي دون إرجاع.
- نعتبر الحوادث الآتية:

 M : « ظهور رقم مضاعف للعدد 3 » A : « الحصول على كرتين بيضاوين » B : « الحصول على كرتين حمراوين » C : « الحصول على كرتين من لونين مختلفين »

(1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

(2) نعتبر الحادثتين G : « الحصول على كرتين من نفس اللون » ، H : « الحصول على كرتي حمراء على الأقل »- بين أن: $P(G) = \frac{31}{63}$ ثم احسب $P(H)$ (3) احسب $P_G(M)$ احتمال ظهور رقم مضاعف للعدد 3 علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون.(4) X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكرتين عدد الألوان المتحصل عليها.- عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضي $E(63X + 1350)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(z^2 + 2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 6) = 0$ (II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A = 1 - i$ ، $z_B = -z_A$ و $z_C = \sqrt{3}(1 + i)$ (1) اكتب كلاً من z_A ، z_B و z_C على الشكل المثلثي.(2) اكتب العدد المركب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الجبري ثم المثلي وبيّن أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.(3) أ) عيّن لاحقة النقطة G مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ثم احسب نصف قطرها.ب) النقطة D هي نظيرة C بالنسبة إلى مبدأ المعلم.- بين أن الرباعي $ACBD$ معين.



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: رياضيات // بكالوريا 2024

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) نعتبر المعادلة $7x - 8y = 2 \dots (E)$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

(أ) حلّ المعادلة (E) علما أنّ الثنائية $(5; 6)$ حلّ لها.

(ب) نضع: $d = PGCD(x; y)$ و $m = PPCM(x; y)$ حيث $(x; y)$ حلّ للمعادلة (E)

– جد القيم الممكنة للعدد d ثم عيّن الثنائيات $(x; y)$ بحيث يكون: $d = 2$ و $m = 510$

(2) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $a = 8n + 6$ و $b = 8n^2 - 18n - 10$

(أ) تحقّق أنّ: $b = (n - 3)a + 8$ ثم بيّن أنّ: $PGCD(a; b) = PGCD(a; 8)$

(ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $PGCD(a; b) = 2$

(3) A و B عدنان طبيعيان يكتبان 7676 و 101 على الترتيب في نظام التعداد ذي الأساس α

و C عدد طبيعي يكتب 88 في نظام التعداد ذي الأساس β

(أ) بيّن أنّ: $A = B \times C$ تكافئ $(\alpha^2 + 1)(7\alpha - 8\beta - 2) = 0$

(ب) عيّن أصغر قيمة لكلّ من العددين α و β حتى يكون $A = B \times C$ ثم اكتب B في النظام العشري.

(ج) اكتب العدد 197 في نظام التعداد ذي الأساس 12

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 + x^2 \ln x$

– ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم احسب $g\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

(II) f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(0) = 0$ ومن أجل كلّ $x > 0$ ، $f(x) = \frac{x}{1 + x^2 \ln x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) (أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(ب) بيّن أنّ f تقبل الاشتقاق عند 0 على اليمين وفسر النتيجة هندسيا.

(ج) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (T) ذي المعادلة $y = x$

(2) (أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x > 0$ ، $f'(x) = \frac{1 - x^2 - x^2 \ln x}{(1 + x^2 \ln x)^2}$

(ب) ادرس إشارة كلّ من العبارتين $1 - x^2$ و $-x^2 \ln x$ على $]0; +\infty[$ ثم استنتج إشارة $f'(x)$

(ج) شكّل جدول تغيرات الدالة f



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: رياضيات // بكالوريا 2024

(3) أ) ارسم (T) و (C_f)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = m^2$ حلا على الأقل.

(4) أ) بيّن أنه: إذا كان $1 \leq x \leq e$ فإن $\frac{x}{x^2+1} \leq f(x) \leq 1$

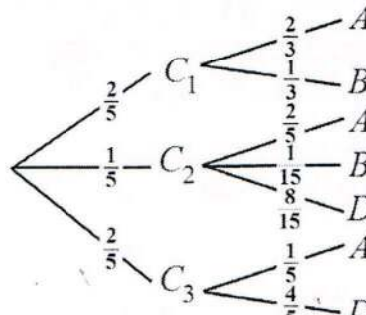
ب) $\mathcal{A}$ مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x=e$ ، $x=1$ ، $y=0$

- بيّن أن: $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{e^2+1}{2}\right) \leq \mathcal{A} \leq e-1$

(5) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = \frac{1}{f(e^n)} - ne^n$

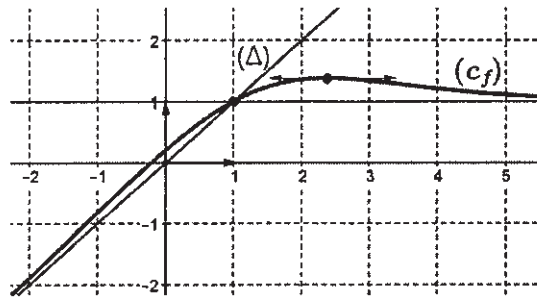
أ) تحقّق أنه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{e^n}$

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ثمّ احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)							
العلامة	مجزأة								
التمرين الأول (04 نقاط)									
2,5	0,5×2	$P_{C_3}(D)=\frac{C_4^2\times C_2^1+C_4^1\times C_2^2}{C_6^2}=\frac{4}{5}$ ، $P_{C_2}(B)=\frac{C_2^2}{C_6^2}=\frac{1}{15}$ (أ)	(1)						
	0,75	(ب) شجرة الاحتمالات: 							
	0,25×3	$P(A)=\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{32}{75}$ (ج) $P(D)=\frac{1}{5}\times\frac{8}{15}+\frac{2}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{32}{75}$ ، $P(B)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\times\frac{1}{15}=\frac{11}{75}$							
0,5	0,25×2	$P_A(C_3)=\frac{P(A\cap C_3)}{P(A)}=\frac{3}{16}$ ، $P(A\cap C_3)=\frac{2}{25}$	(2)						
0,75	0,5 0,25	<table border="1" data-bbox="697 1137 1029 1238"><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$P(X=x_i)$</td><td>$\frac{43}{75}$</td><td>$\frac{32}{75}$</td></tr></table> قانون الاحتمال: $E(75X+1917)=75\times E(X)+1917=2024$	x_i	1	2	$P(X=x_i)$	$\frac{43}{75}$	$\frac{32}{75}$	(3)
x_i	1	2							
$P(X=x_i)$	$\frac{43}{75}$	$\frac{32}{75}$							
0,25	0,25	$n=4$ منه: $4n^2-n-60=0$ أي $\frac{C_{n+4}^3}{C_{n+6}^3}=\frac{7}{15}$ معناه $P_{C_3}(A)=\frac{7}{15}$	(4)						
التمرين الثاني (04 نقاط)									
1,5	0,25×4	$S=\{8-6i; 1-i\sqrt{3}; 1+i\sqrt{3}\}$ (أ)	(I)						
	0,25×2	(ب) بحل المعادلة $z^2=8-6i$ نجد: $3-i$ و $-3+i$							
0,5	0,25×2	التحقق أن $z_A-z_B=i(z_C-z_B)$ ، ABC قائم ومتساوي الساقين.	(1 (II)						
1,75	0,5×3	$z_B=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$ ، $z_A=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ (أ) $z_C=2\left(\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$	(2)						
	0,25	(ب) بما أن $ z_A = z_B = z_C =2$ فإن النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2							
0,25	0,25	الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع والمثلث ABC قائم ومتساوي الساقين ينتج: الرباعي $ABCD$ مربع.	(3)						

التمرين الثالث (05 نقاط)																
2	0,5	(أ) $(x_0 ; y_0) = (6;1)$		(1)												
	0,75	(ب) $S = \{ (13k+6; 7k+1) / k \in \mathbb{Z} \}$														
	0,75	(ج) $ x-y-5 \leq 6$ معناه $ k \leq 1$ أي $k \in \{-1; 0; 1\}$ ومنه: $(x; y) \in \{(-7; -6), (6; 1), (19; 8)\}$														
1,5	0,75	(أ) <table border="1"><tr><td>$n =$</td><td>$4k$</td><td>$4k+1$</td><td>$4k+2$</td><td>$4k+3$</td><td></td></tr><tr><td>$3^n \equiv$</td><td>1</td><td>3</td><td>4</td><td>2</td><td>[5]</td></tr></table>		$n =$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$		$3^n \equiv$	1	3	4	2	[5]	(2)
	$n =$	$4k$	$4k+1$	$4k+2$	$4k+3$											
$3^n \equiv$	1	3	4	2	[5]											
0,75	(ب) $2024 \times 3^{1445} + 2023^{4n+2} + 9^{2n+3} \equiv 4 \times 3^{4p+1} + 3^{4n+2} + (-1)^{2n+3} [5]$ $\equiv 4 \times 3 + 4 - 1 [5]$ ومنه: $2024 \times 3^{1445} + 2023^{4n+2} + 9^{2n+3} \equiv 0 [5]$															
0,75	0,75	(أ) $\begin{cases} n=4\lambda \\ 3^{20k+7} + 19 \times 3^{4\lambda} - 8\lambda \equiv 0 [5] \end{cases}$ أي $\begin{cases} n \equiv 0 [4] \\ 3^{x+y} + 19 \times 3^n - 2n \equiv 0 [5] \end{cases}$ ومنه: $\lambda = 5p + 2$ وعليه فإن $n = 20p + 8$ حيث p عدد طبيعي		(3)												
0,75	0,25+0,5	$\beta - \alpha \equiv 0 [5]$ أي $\beta + 49\alpha + 1729 \equiv 4 [5]$ معناه $A \equiv 4 [5]$ نستنتج أن $(\alpha; \beta) = (6; 1)$ ومنه: $A = 2024$		(4)												
التمرين الرابع (07 نقاط)																
1	0,5	(I) g مستمرة ومتناقصة تماما على $[2,37 ; 2,38]$ و $g(2,37) \times g(2,38) < 0$ ومنه: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2,37 < \alpha < 2,38$		(I)												
	0,5	إشارة $g(x)$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table>			x	$-\infty$	α	$+\infty$	$g(x)$	+	0	-				
x	$-\infty$	α	$+\infty$													
$g(x)$	+	0	-													
0,75	0,25×3	(II) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ومنه: $y = 1$: مقارب (D) (C_f)		(1 II)												
1,25	0,5	(أ) من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 4)^2}$		(2)												
	0,25×2	(ب) f متزايدة تماما على $]-\infty; \alpha]$ ومتناقصة تماما على $[\alpha; +\infty[$														
	0,25	جدول التغيرات <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>α</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f(\alpha)$</td><td>1</td></tr></table>			x	$-\infty$	α	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	1
x	$-\infty$	α	$+\infty$													
$f'(x)$	+	0	-													
$f(x)$	$-\infty$	$f(\alpha)$	1													

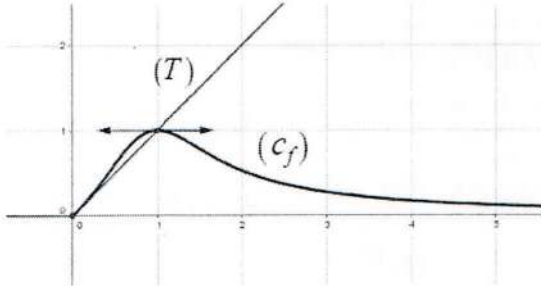
الإجابة النموذجية // مادة: الرياضيات // الشعبة: رياضيات // بكالوريا 2024

1,25	0,5	$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1-x)e^x}{e^x + 4} = 0$ (أ)	(3)
	0,25×3	(ب) $f(x) - x = \frac{(1-x)e^x}{e^x + 4}$ لما $x < 1$: (c_f) أعلى (Δ) و لما $x > 1$: (c_f) أسفل (Δ) $(\Delta) \cap (c_f) = \{A(1;1)\}$	
1,25	0,25	(أ) الرسم:  رسم (Δ) رسم (c_f)	(4)
	0,5		
1	0,25×2	(أ) من أجل كل x من $[1; +\infty[$ ، $\frac{e^x}{e^x + 4} \leq f(x) \leq x$ لدينا: $f(x) - \frac{e^x}{e^x + 4} \geq 0$ ، ومن الوضع النسبي : $f(x) \leq x$	(5)
	0,5	(ب) لدينا: $f(x) \leq x$ ، ومنه: $\ln\left(\frac{e^2 + 4}{e + 4}\right) \leq A \leq \frac{3}{2}$	
0,5	0,5	$u_n = (e^n + 4)f(n) = e^n + 4n$ $S_n = \frac{e^{n+1} - 1}{e - 1} + 2n(n+1)$	(6)

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)							
العلامة	مجزأة								
التمرين الأول (04 نقاط)									
1	1	شجرة الاحتمالات: $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ M $\overline{M}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{2}{7}$ $\frac{4}{7}$ A B C $\frac{1}{21}$ $\frac{10}{21}$ $\frac{10}{21}$ A B C	(1)						
1	0,5 0,5	$P(G) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{7}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{11}{21}\right) = \frac{31}{63}$ $P(H) = 1 - P(A) = \frac{58}{63} \text{ أو } P(H) = \left(\frac{1}{3} \times \frac{6}{7}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{20}{21}\right) = \frac{58}{63}$	(2)						
0,75	0,25 + 0,5	$P_G(M) = \frac{P(G \cap M)}{P(G)} = \frac{9}{31} \text{ ومنه: } P(G \cap M) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$	(3)						
1,25	0,75 0,5	قانون الاحتمال: <table><tr><td>x_i</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>$P(X = x_i)$</td><td>$\frac{31}{63}$</td><td>$\frac{32}{63}$</td></tr></table>$E(63X + 1350) = 1445$	x_i	1	2	$P(X = x_i)$	$\frac{31}{63}$	$\frac{32}{63}$	(4)
x_i	1	2							
$P(X = x_i)$	$\frac{31}{63}$	$\frac{32}{63}$							
التمرين الثاني (04 نقاط)									
1,5	$0,75 \times 2$	$z^2 + 2i = 0 \text{ تكافئ } (z = -1 + i \text{ أو } z = 1 - i)$ $z^2 - 2\sqrt{3}z + 6 = 0 \text{ تكافئ } (z = \sqrt{3}(1 + i) \text{ أو } z = \sqrt{3}(1 - i))$ مجموعة الحلول هي $\{-1 + i; 1 - i; \sqrt{3}(1 - i); \sqrt{3}(1 + i)\}$	(I)						
0,75	$0,25 \times 3$	$z_A = \sqrt{2} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \right)$ $z_C = \sqrt{6} \left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4} \right), \quad z_B = \sqrt{2} \left(\cos\frac{3\pi}{4} + i \sin\frac{3\pi}{4} \right)$	(1II)						
1	$0,25 \times 2$ 0,5	$\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ ومنه: $(\overline{AB}, \overline{AC}) \equiv -\frac{\pi}{3} [2\pi]$ و $z_C - z_A = z_B - z_A$ أو $z_C - z_A = z_B - z_A = z_C - z_B$ ومنه: ABC مثلث متقايس الأضلاع.	(2)						
0,75	$0,25 \times 2$ 0,25	$r = \frac{2\sqrt{6}}{3}, \quad z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} + i \frac{\sqrt{3}}{3}$ (ب) $ACBD$ معين لأن قطريه ABC مثلث متقايس الأضلاع.	(3)						

التمرين الثالث (05 نقاط)			
1,75	0,75	(أ) $S = \{(8k+6; 7k+5), k \in \mathbb{Z}\}$	(1)
	0,25	(ب) القيم الممكنة للعدد d هي : 1 ، 2 $xy = md$ تكافئ $28k^2 + 41k - 495 = 0$ أي $k = -5$	
	0,75	و بالتالي $(x, y) = (-34, -30)$	
1,25	0,25	(أ) التحقق أن: $b = (n-3)a + 8$	(2)
	0,5	نبين أن كل قاسم للعددين a و b هو قاسم للعددين a و 8 والعكس. أي: $PGCD(a; b) = PGCD(a; 8)$	
	0,5	(ب) $PGCD(a; b) = 2PGCD(4n+3; 4) = 2 \times 1 = 2$	
2	0,5	(أ) تبيان أن: $A = B \times C$ تكافئ $(\alpha^2 + 1)(7\alpha - 8\beta - 2) = 0$	(3)
	0,75	(ب) $A = B \times C$ تكافئ $7\alpha - 8\beta = 2$ تكافئ $(\alpha, \beta) = (8k+6; 7k+5), k \in \mathbb{N}$ وبما أن $\alpha > 7$ و $\beta > 8$ فإن $(\alpha, \beta) = (14; 12)$	
	0,25	$B = 197$ (في النظام العشري).	
	0,5	(ج) $197 = 145$ في النظام ذي الأساس 12	
التمرين الرابع (07 نقاط)			
1,25	0,25	من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g'(x) = x(1 + 2\ln x)$	(I)
	0,25	$g'(x) < 0$ على $]0; e^{-\frac{1}{2}}[$ و $g'(x) > 0$ على $]e^{-\frac{1}{2}}; +\infty[$ و $g'(e^{-\frac{1}{2}}) = 0$	
	0,25	الدالة g متناقصة تماما على $]0; e^{-\frac{1}{2}}[$ ومتزايدة تماما على $]e^{-\frac{1}{2}}; +\infty[$	
	0,25×2	$g(e^{-\frac{1}{2}}) = 1 - \frac{1}{2e}$ ، إذن: من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $g(x) > 0$	
1,25	0,25	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$	(1(II)
	0,25×2	(ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1+x\ln x} = 1$ ، f تقبل الاشتقاق عند 0 على اليمين التفسير الهندسي: (C_f) يقبل في النقطة O نصف مماس معامل توجيهه 1	
	0,5	(ج) من أجل كل x من $]0; +\infty[$ ، $f(x) - x = \frac{-x^3 \ln x}{1+x^2 \ln x}$ (C_f) أعلى (T) على $]0; 1[$ وأسفل (T) على $]1; +\infty[$ ويقطعه في النقطة $A(1; 1)$ و (T) يمس (C_f) في النقطة O	

1,25	0,5	$f'(x) = \frac{1-x^2-x^2 \ln x}{(1+x^2 \ln x)^2}$ ، $]0; +\infty[$ من أجل كل x من	(2)																
	0,5	(ب) إشارة $f'(x)$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$1-x^2$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$-x^2 \ln x$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table>		x	0	1	$+\infty$	$1-x^2$	+	0	-	$-x^2 \ln x$	+	0	-	$f'(x)$	+	0	-
	x	0		1	$+\infty$														
$1-x^2$	+	0	-																
$-x^2 \ln x$	+	0	-																
$f'(x)$	+	0	-																
0,25	(ج) جدول التغيرات: <table border="1"><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr></table>	x	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	0	1	0						
x	0	1	$+\infty$																
$f'(x)$	+	0	-																
$f(x)$	0	1	0																
1,25	0,25		(3)																
	0,5	(ب) للمعادلة $f(x) = m^2$ حلّ على الأقل من أجل $0 \leq m^2 \leq 1$ أي: $-1 \leq m \leq 1$																	
1,25	0,5	(أ) $f(x) \leq 1$ (من جدول التغيرات) و $f(x) - \frac{x}{x^2+1} = \frac{x^3(1-\ln x)}{1+x^2 \ln x}$ ومن أجل $1 \leq x \leq e$ فإن $f(x) - \frac{x}{x^2+1} \geq 0$ وبالتالي: من أجل $1 \leq x \leq e$ فإن $\frac{x}{x^2+1} \leq f(x) \leq 1$	(4)																
	0,75	(ب) لدينا: $\int_1^e \frac{x}{x^2+1} dx \leq \int_1^e f(x) dx \leq \int_1^e dx$ أي: $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{e^2+1}{2}\right) \leq A \leq e-1$																	
0,75	0,25	(أ) التحقق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{1}{e^n}$	(5)																
	0,25×2	(ب) $S_n = \frac{e}{e-1} (1 - e^{-(n+1)})$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \frac{e}{e-1}$																	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.