الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: رياضيات

دورة: 2022

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) أ- عيّن، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7

ب- بيّن أنّه، من أجل كلّ عدد طبيعي n، $6^{2n} \equiv 1[7]$ ثمّ استنتج بواقي القسمة الإقليدية للعدد 6^n على 7

2) بيّن أنّ العدد $\left(2021^{2022}+1962^{1443}\right)^{1954}-2$ يقبل القسمة على 7

3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $a_n = 2^n + 6^n$ و $S_n = a_0 + a_1 + \cdots\cdots + a_n$

أ- إستنتج، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي القسمة الإقليدية للعدد a_n على 7

ب- بيّن أنّه، من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_{n+6} \equiv S_n[7]$

جـ- أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n \equiv 2^{n+1} + 3\times 6^{n+1} + 3[7]$ ثمّ استنتج قيم n بحيث $S_n \equiv 0[7]$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التعليل في كلّ حالة من الحالات التالية:

1) α و β عددان حقيقيان غير معدومين. (u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان بـ :

$u_0 = 1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $5u_{n+1} = u_n + \alpha$ و $v_n = u_n + \beta$

– المتتالية (v_n) هندسية إذا وفقط إذا كان $\alpha = -4\beta$

2) المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = \ln\sqrt{e^{n.\ln 2}}$ هي متتالية حسابية أساسها $\ln\sqrt{2}$

3) x عدد صحيح . إذا كان $x \equiv 3[7]$ و $x \equiv 1[3]$ فإنّ $x \equiv 3[21]$

4) الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln(\sqrt{x^2+1} - x)$ دالة فردية.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

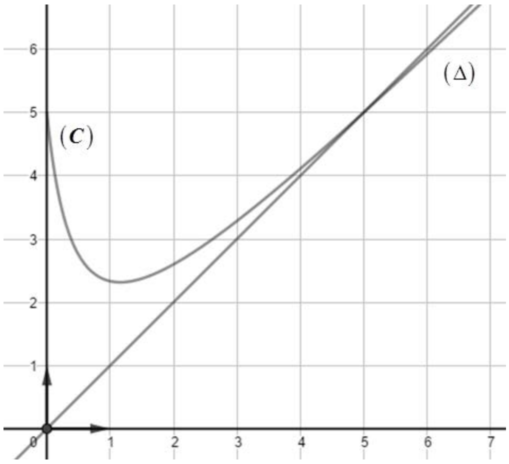
f الدّالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{2x^2+5}{2x+1}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ كما هو مبيّن في الشّكل المرفق.

(u_n) المتتالية العدديّة المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = f(u_n)$

1) أ- أُدرس وضعية (C) بالنّسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$

ب- انقل الشّكل ومثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 وضع تخميناً حول اتّجاه تغيّر (u_n)

2) أ- برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $2\le u_n<5$



ب- أُدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3) أثبت أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n،

$$5-u_{n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+1}(5-u_n)$$

4) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $\frac{2u_n}{2u_n+1}\le\frac{10}{11}$

ب- اِستنتج أنّ $0<5-u_n\le 3\left(\frac{10}{11}\right)^n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على $]-\infty;1[$ كما يلي: $f(x)=\frac{e^x-x^2}{x-1}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O,\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$.

1) أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\longrightarrow}1}f(x)$

2) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x، $e^x-x>0$

ب- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]-\infty;1[$ ، $f'(x)=\frac{(x-2)(e^x-x)}{(x-1)^2}$

جـ- اِستنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ- أُحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)$ ثمّ فسّر النّتيجة بيانيا.

ب- أُدرس وضعية (C) بالنّسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-x-1$

4) أُكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النّقطة ذات الفاصلة 0

5) أ- بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاّ وحيداً α حيث $-0{,}8<\alpha<-0{,}7$

ب- أنشئ (T) ، (Δ) و (C)

6) ناقش بيانياً، حسب قيّم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{e^x-x^2+x-1}{x-1}=mx$

7) g الدّالة المعرّفة على $]-\infty\ ;\ 1[$ بـ : $g(x)=\frac{\left|e^x-x^2\right|}{x-1}$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق

- أُكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة ثمّ أنشئ (C_g)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

n عدد طبيعي. نضع: $A_n = n^3+5n^2+7n+9$ و $B_n = n+2$

1) أ- بيّن أنّ $p\gcd(A_n\,;B_n) = p\gcd(B_n\,;7)$

ب- اِستنتج القيم الممكنة لِـ $p\gcd(A_n\,;B_n)$

جـ- عيّن قيم العدد الطبيعي n حتى يكون A_n و B_n أوليين فيما بينهما.

2) نعتبر المعادلة $A_2x-B_2y=29\cdots(E)$ ذات المجهولين الصحيحين x و y

أ- بيّن أنّه إذا كانت الثنائية $(x;\,y)$ حلاً للمعادلة (E) فإنّ $x\equiv 3[4]$

ب- عيّن حلول المعادلة (E)

3) أ- اِستنتج حلول المعادلة $51x-4y=45\cdots\cdots(E')$

ب-عيّن الثنائيات $(x;\,y)$ حلول المعادلة (E') حيث $|y-12x|\leq 3$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة والموجبة على $]-1\,;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{ax}{x+b}+\ln(x+b)$

حيث a و b عددان حقيقيان مع b موجب تماما. تمثيلها البياني (C) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i}\,,\vec{j})$ يقبل حامل محور الفواصل مماسا له في النقطة O

1) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$ ، $f(x)=-1+\dfrac{1}{x+1}+\ln(x+1)$

2) g الدالة العددية المعرّفة على $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=(x+1)\ln(x+1)$

أُحسب $g'(x)$ ثمّ اِستنتج دالة أصلية للدالة f على $]-1\,;+\infty[$

3) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $u_n=\displaystyle\int_{n-1}^{n} f(x)\,dx$

أ- أُحسب u_{2022} ثمّ فسّر النتيجة بيانيا.

ب- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي غير معدوم n، $u_n=-2+(n+2)\ln(n+1)-(n+1)\ln n$

جـ- أُحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=0$ ، $u_{n+1}=-\dfrac{1}{3}u_n^2+\dfrac{2}{3}u_n+\dfrac{2}{3}$ و $v_n=u_n-1$

1) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_{n+1}=-\dfrac{1}{3}(v_n)^2$

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $-3\leq v_n<0$

3) أُدرس اتجاه تغير المتتالية (v_n) ثمّ استنتج أنّ (v_n) متقاربة.

4) (w_n) المتتالية المعرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n بـ : $w_n=\ln\left(-\frac{3}{v_n}\right)$

أ- بيّن أنّ (w_n) متتالية هندسية أساسها 2 يطلب حساب حدّها الأول w_0

ب- أُكتب w_n بدلالة n، ثمّ استنتج v_n و u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

5) أحسب بدلالة n الجُداء P_n حيث $P_n=\frac{1}{v_0}\times\frac{1}{v_1}\times\dots\times\frac{1}{v_n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) h الدالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=x+\ln x$

1) أُدرس اتّجاه تغيّر الدّالة h

2) أ- بيّن أنّ المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0,5<\alpha<0,6$

ب- اِستنتج إشارة $h(x)$ على $]0;+\infty[$

II) f الدالة العدديّة المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+3x-x\ln x+(\ln x)^2$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أُحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x)=\frac{(2-x)h(x)}{x}$

ب- استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ $f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha(\alpha+2)$ ثمّ عيّن حصراً لِـ $f(\alpha)$

4) g الدّالة العددية المعرّفة على $]0\,;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+x-2+2\ln x$

أ- أُدرس اتّجاه تغيّر الدّالة g واحسب $g(1)$

ب- بيّن أنّ (C) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثييها.

جـ- أُكتب معادلة للمستقيم (T) مماس المنحني (C) في النّقطة A

5) أنشئ (T) و (C) في المجال $]0\,;5]$

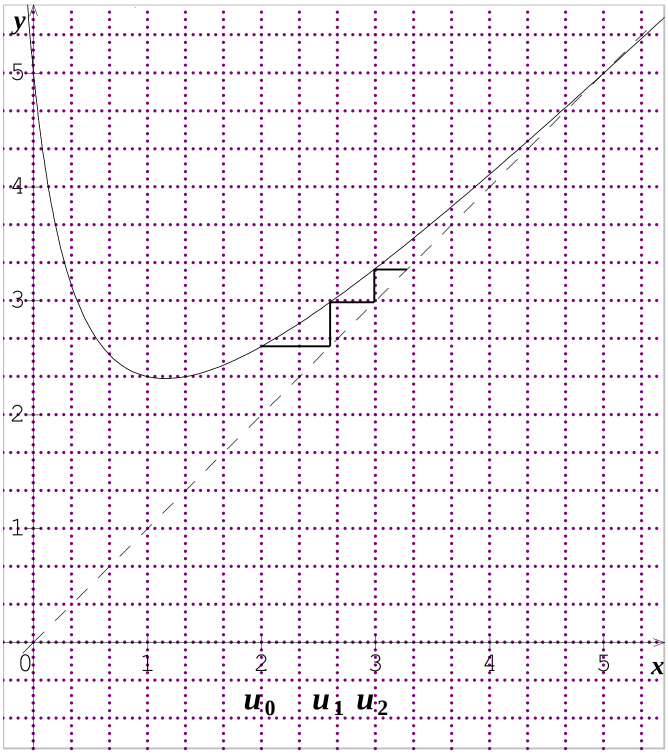
6) k الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $k(x)=f(e^{-x})$

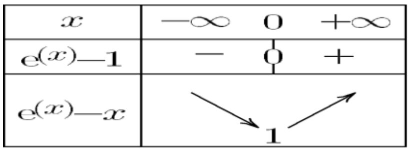
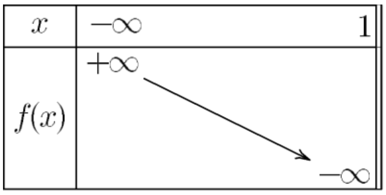
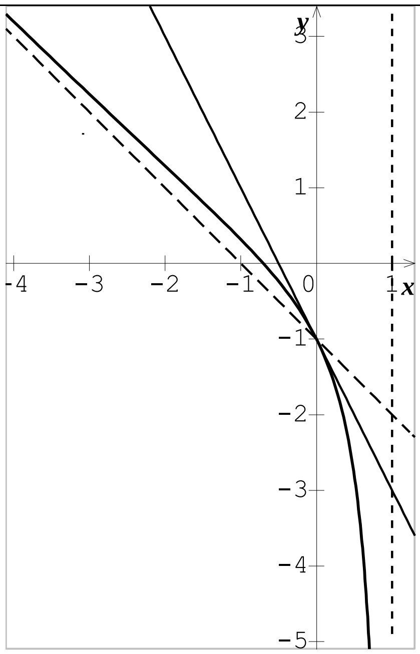
أ- دون حساب عبارة $k(x)$، ادرس اتجاه تغيّر الدالة k ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}k(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}k(x)$

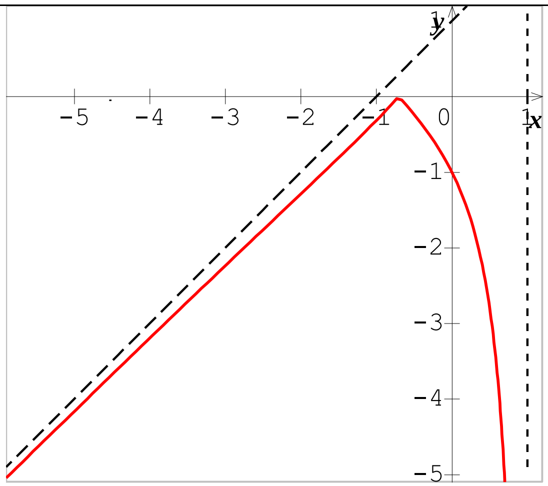
ب- شكّل جدول تغيرات الدالة k

انتهى الموضوع الثاني

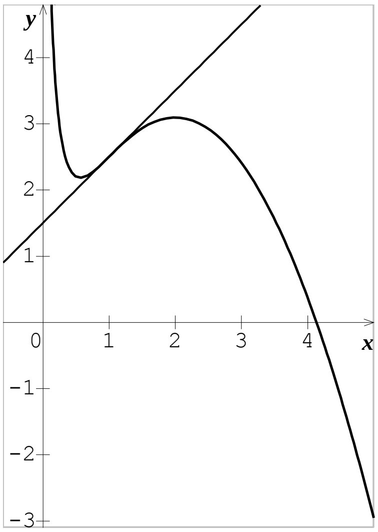
<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">عناصر الإجابة (الموضوع الأول)</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>مجموع</th></tr>
<tr><td colspan="4">**التمرين الأول (04 نقاط)**</td></tr>
<tr><td>1</td><td>أ– بواقي القسمة الإقليدية
للعدد 2^n على 7
<table>
<tr><td>n</td><td>$3k$</td><td>$3k+1$</td><td>$3k+2$</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة 2^n على7</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
</table></td><td>**0.5**</td><td rowspan="2">**1**</td></tr>
<tr><td></td><td>ب– $6^{2n}=36^n$ ومنه $6^{2n}\equiv 1[7]$
<table>
<tr><td>n</td><td>$2k$</td><td>$2k+1$</td></tr>
<tr><td>بواقي قسمة 6^n على 7</td><td>1</td><td>6</td></tr>
</table></td><td>**0.5**</td></tr>
<tr><td>2</td><td>لدينا $2021^{2022}\equiv(-2)^{2022}[7]$ ومنه $2021^{2022}\equiv 1[7]$
$1962^{1443}\equiv 2^{3k}[7]$ ومنه $1962^{1443}\equiv 1[7]$
ومنه $\left(2021^{2022}+1962^{1443}\right)^{1954}-2\equiv 0[7]$</td><td>**0.5**
0.5</td><td>**1**</td></tr>
<tr><td>3</td><td>أ
<table>
<tr><td>n</td><td>$6k$</td><td>$6k+1$</td><td>$6k+2$</td><td>$6k+3$</td><td>$6k+4$</td><td>$6k+5$</td></tr>
<tr><td>2^n</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr>
<tr><td>6^n</td><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td>6</td><td>1</td><td>6</td></tr>
<tr><td>a_n</td><td>2</td><td>1</td><td>5</td><td>0</td><td>3</td><td>3</td></tr>
</table></td><td>**0.25×4**</td><td rowspan="3">**2**</td></tr>
<tr><td></td><td>ب– لدينا $a_n=2^n+6^n$ و منه
$a_{n+6}=2^{n+6}+6^{n+6}=2^6\times 2^n+6^6\times 6^n$
اذن $a_{n+6}\equiv 2^n+6^n[7]$ وبالتالي $a_{n+6}\equiv a_n[7]$ ومنه $S_{n+6}\equiv S_n[7]$</td><td>**0.5**</td></tr>
<tr><td></td><td>جـ . لدينا $S_n=\sum_{k=0}^{k=n}2^k+\sum_{k=0}^{k=n}6^k=2^{n+1}-1+\frac{6^{n+1}-1}{5}$
و منه $5S_n=5\times 2^{n+1}+6^{n+1}-6$ اذن $S_n\equiv 2^{n+1}+3\times 6^{n+1}+3[7]$
و عليه $S_n\equiv 0[7]$ يكافئ $n=6k+5$</td><td>**0.25**
0.25</td></tr>
<tr><td colspan="4">**التمرين الثاني: (04 نقاط)**</td></tr>
<tr><td>1</td><td>صحيح لأنّ : $v_{n+1}=\frac{1}{5}v_n+\frac{4\beta+\alpha}{5}$</td><td>**0.5 + 0.5**</td><td>**1**</td></tr>
<tr><td>2</td><td>صحيح لأنّ : $u_n=\ln\sqrt{e^{n.\ln 2}}=n\times\ln\sqrt{2}$</td><td>**0.5 + 0.5**</td><td>**1**</td></tr>
<tr><td>3</td><td>خاطئ لأنّ: لدينا $x\equiv 3[7]$ و $x\equiv 1[3]$ و منه : $x=7k+3$ و
$7k+3\equiv 1[3]$
اذن $k=3k'+1$ وعليه $x=21k'+10$ أي $x\equiv 10[21]$
(تقبل طرائق اخرى)</td><td>**0.5 + 0.5**</td><td>**1**</td></tr>
<tr><td>4</td><td>صحيح لأنّ : $f(-x)+f(x)=0$</td><td>**0.5 + 0.5**</td><td>**1**</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="4">التمرين الثالث: (05 نقاط)</th></tr>
<tr><td>1</td><td>أ - $f(x)-x=\frac{5-x}{2x+1}$
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>5</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>الوضعية</td><td colspan="2">(C) أعلى (Δ)</td><td>(C) أسفل (Δ)</td></tr></table></td><td>0.25
0.5</td><td rowspan="2">1.75</td></tr>
<tr><td></td><td>ب- تمثيل الحدود

التخمين: (u_n) متزايدة تماما</td><td>0.25×3
0.25</td></tr>
<tr><td>2</td><td>أ - البرهان بالتراجع
لدينا $2\le u_0<5$ وإذا كان $2\le u_n<5$ فان $f(2)\le f(u_n)<f(5)$
اي $\frac{13}{5}\le u_{n+1}<5$ ومنه $2\le u_{n+1}<5$</td><td>0.5+0.25</td><td rowspan="2">1.5</td></tr>
<tr><td></td><td>ب - لدينا $u_{n+1}-u_n=\frac{5-u_n}{2u_n+1}>0$ و منه (u_n) متزايدة تماما
(u_n) متزايدة تماما و محدودة من الأعلى فهي متقاربة</td><td>0.5
0.25</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$5-u_{n+1}=5-\frac{2u_n^2+5}{2u_n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+1}(5-u_n)$</td><td>0.5</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>4</td><td>أ - $\frac{2u_n}{2u_n+1}-\frac{10}{11}=\frac{2(u_n-5)}{11(2u_n+1)}\le 0$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">1.25</td></tr>
<tr><td></td><td>ب - لدينا $0<5-u_{n+1}\le\frac{10}{11}(5-u_n)$ و منه $0<5-u_n\le 3\left(\frac{10}{11}\right)^n$
$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=5$</td><td>0.5
0.25</td></tr>
<tr><td colspan="4"></td></tr>
</table>

التمرين الرابع: (07 نقاط)			
1	$\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\overset{<}{\longrightarrow}1} f(x)=-\infty$	0.25+0.25	0.5
2	أ –  $\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & 0 & +\infty \\ \hline e^{(x)}-1 & - & 0 & + \\ \hline e^{(x)}-x & \searrow & 1 & \nearrow \end{array}$ تقبل الاجابة باستعمال: بيان الدالة $x\mapsto e^x$ و المستقيم ذي المعالة $y=x$	0.5	1.75
	ب – $f'(x)=\dfrac{(x-2)(e^x-x)}{(x-1)^2}$	0.5	
	جـ – f متناقصة تماما جدول التغيرات  $\begin{array}{c\|cc} x & -\infty & 1 \\ \hline f(x) & +\infty \searrow & -\infty \end{array}$	0.5 0.25	
3	أ – $\lim_{x\to-\infty}\left(f(x)+x\right)=-1$ $y=-x-1$ معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C) عند $-\infty$	0.5 0.25	1
	ب – (C) أسفل (Δ) في المجال $[0;1[$ و (C) أعلى (Δ) في المجال $]-\infty;0]$	0.25	
4	معادلة (T): $y=-2x-1$	0.5	0.5
5	أ – مبرهنة القيمة المتوسطة	0.75	1.75
	ب – إنشاء (T) (Δ) (C) 	0.25 0.25 0.5	

<table>
<tr><td rowspan="2">6</td><td>$\frac{e^{x}-x^{2}+x-1}{x-1}=mx$ تكافئ $f(x)=mx-1$</td><td>0.25</td><td rowspan="2">0.75</td></tr>
<tr><td><table>
<tr><td>m</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td></td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>الحلول</td><td>حل موجب تماما
وحل معدوم</td><td>حل
معدوم</td><td>حل سالب تماما
وحل معدوم</td><td>حل
معدوم</td><td>حل معدوم</td></tr>
</table></td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>7</td><td>$\begin{cases} g(x)=-f(x) & : x\le\alpha \\ g(x)=f(x) & : \alpha\le x<1 \end{cases}$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">0.75</td></tr>
<tr><td></td><td>إنشاء (C_g)
 </td><td>0.25</td></tr>
<tr><td colspan="4">عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الأول: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>أ لدينا. $A_n=(n^2+3n+1)B_n+7$ ومنه $p\gcd(A_n\,;\,B_n)=p\gcd(B_n\,;7)$</td><td>0.5</td><td rowspan="3">1.5</td></tr>
<tr><td>ب - $p\gcd(A_n\,;\,B_n)\in\{1;7\}$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>جـ - $p\gcd(A_n\,;\,B_n)=7$ تكافئ $n+2\equiv0[7]$
اذن قيم n المطلوبة هي كل الأعداد الطبيعية ما عدا $7k+5$ مع $k\in\mathbb{N}$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>أ –لدينا $51x-4y\equiv29[4]$ اي $3x\equiv1[4]$ ومنه $x\equiv3[4]$</td><td>0.75</td><td rowspan="2">1.5</td></tr>
<tr><td>ب – الحلول : $(x;y)=(4k+3;51k+31)$ مع $k\in\mathbb{Z}$</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>أ $51x-4y=45$ تكافئ $51x-4(y+4)=29$
و منه الحلول: $(x;y)=(4k+3;51k+27)$ مع $k\in\mathbb{Z}$</td><td>0.5</td><td rowspan="2">1</td></tr>
<tr><td>ب - $\lvert y-12x\rvert\le3$ تكافئ $2\le k\le4$ اذن الثنائيات هي $(11;129)$
$(15;180)$ و $(19;231)$</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td colspan="4">التمرين الثاني: (04 نقاط)</td></tr>
<tr><td>1</td><td>حيث $f(0)=0$ و $f'(0)=0$ تكافئ $\ln b=0$ $ab+\frac{1}{b}=0$ ومنه
$a=-1$ و $b=1$ اذن $f(x)=-1+\frac{1}{x+1}+\ln(x+1)$</td><td>0.5+0.5</td><td>1</td></tr>
</table>

2	$g'(x)=1+\ln(x+1)$	**0.5**	**1.5**
	$x\mapsto -2x+(x+2)\ln(x+1)$ دالة أصلية للدالة f على $]-1\,;+\infty[$	**01**	
3	أ – $u_{2022}=\int_{2021}^{2022} f(x)\,dx=-2+2024\ln 2023-2023\ln 2022$	**0.25**	**1.5**
	u_{2022} هو مساحة الحيز المحدد بـ (C) و المستقيمات التي معادلاتها: $y=0$، $x=2021$ ، $x=2022$	**0.25**	
	ب – $u_n=-2+(n+2)\ln(n+1)-(n+1)\ln n$	**0.5**	
	جـ – $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-2+\ln(n+1)+\dfrac{n+1}{n}\times\dfrac{\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)}{\dfrac{1}{n}}\right)=+\infty$	**0.5**	
	التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1	$v_{n+1}=u_{n+1}-1=-\dfrac{1}{3}(u_n-1)^2=-\dfrac{1}{3}(v_n)^2$	**01**	**1**
2	البرهان بالتراجع	**01**	**1**
3	$v_{n+1}-v_n=-v_n\left(\dfrac{1}{3}v_n+1\right)>0$ ومنه (v_n) متزايدة تماما	**0.25+0.25**	**0.75**
	(v_n) متزايدة تماما ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	**0.25**	
4	أ– $w_{n+1}=\ln\left(-\dfrac{3}{v_{n+1}}\right)=2\ln\left(-\dfrac{3}{v_n}\right)=2w_n$ و $w_0=\ln 3$	**0.25+0.5**	**1.75**
	ب – $w_n=2^n\ln 3$ ، $v_n=-3^{1-2^n}$ ، $u_n=-3^{1-2^n}+1$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$	**4x 0.25**	
5	لدينا $\dfrac{1}{v_n}=-3^{2^n-1}$ ومنه $P_n=(-1)^{n+1}\times 3^{2^{n+1}-n-2}$	**0.5**	**0.5**
	التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I 1	h متزايدة تماما على $]0;+\infty[$	**0.5**	**0.5**
2	أ – تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة	**0.5**	**0.75**
	ب – $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \alpha & & +\infty \\ \hline h(x) & & - & 0 & + & \end{array}$	**0.25**	
II 1	$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	**0.5+0.25**	**0.75**
2	أ – $f'(x)=\dfrac{(2-x)h(x)}{x}$	**0.5**	**1**
	ب –اتجاه التغير	**0.25**	

<table>
<tr>
<td></td>
<td>f متزايدة تماما على $[\alpha;2]$ ومتناقصة تماما على كل من $]0;\alpha]$ و $[2;+\infty[$
جدول التغيرات
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>α</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td></td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td>↘</td><td>$f(\alpha)$</td><td>↗</td><td>$f(2)$</td><td>↘</td><td>$-\infty$</td></tr>
</table>
</td>
<td>0.25</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>3</td>
<td>$f(\alpha)=\frac{3}{2}\alpha(\alpha+2)$ و $1{,}8\le f(\alpha)\le 2{,}4$</td>
<td>0.25+0.25</td>
<td>0.5</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>أ - $g'(x)=\frac{2x^2+x+2}{x}$. $g'(x)>0$ و $g(1)=0$</td>
<td>0.25+0.5</td>
<td>1.75</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>ب - لدينا $f''(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ، f'' تنعدم عند 1 و تغير اشارتها و بالتالي
$A\left(1;\frac{5}{2}\right)$ نقطة انعطاف</td>
<td>0.25+0.25</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>جـ - معادلة المماس (T) هي : $y=x+\frac{3}{2}$</td>
<td>0.5</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>5</td>
<td>إنشاء (T) و (C) في المجال $]0;5]$

 </td>
<td>0.5+0.25</td>
<td>0.75</td>
</tr>
<tr>
<td>6</td>
<td>أ - $k'(x)=-e^{-x}f'(e^{-x})$
f متناقصة تماما على $[-\ln 2;-\ln\alpha]$ ومتزايدة تماما على كل من $]-\infty;-\ln 2]$ و $[-\ln\alpha;+\infty[$
$\lim_{x\to-\infty}k(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty}k(x)=+\infty$</td>
<td>0.25
0.25
0.25</td>
<td>1</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>ب-
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$-\ln 2$</td><td></td><td>$-\ln\alpha$</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$k'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>$k(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>↗</td><td>$f(2)$</td><td>↘</td><td>$f(\alpha)$</td><td>↗</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>
</td>
<td>0.25</td>
<td></td>
</tr>
</table>