

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2014

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: رياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط: $A(2; 1; -1)$ ، $B(-1; 2; 4)$ ، $C(0; -2; 3)$ و $D(1; 1; -2)$ والمستوي (P) المعرف بالمعادلة الديكارتية: $2x - y + 2z + 1 = 0$ المطلوب: أجب بصحيح أو خطأ مع تبرير الإجابة في كل حالة من الحالات التالية:

(1) النقط A ، B و C تعين مستويا.

(2) المستقيم (AC) محتوي في المستوي (P)

(3) $x - 2y - z - 1 = 0$ هي معادلة للمستوي (ACD)

(4) $\begin{cases} x = 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3 - 4t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم (AC)

(5) المسافة بين النقط D والمستوي (P) تساوي $\frac{3}{2}$

(6) النقط $E(-2; -1; 1)$ هي المسقط العمودي للنقط C على (P)

(7) سطح الكرة ذات المركز D و نصف القطر $\frac{\sqrt{6}}{2}$ هو مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{CM} = 0$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $(z - 1 - 2i)(z^2 - 2(1 + \sqrt{3})z + 5 + 2\sqrt{3}) = 0$

(2) A ، B ، C و D نقط من المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ لاحقاتها على الترتيب:

$$z_D = 1 - 2i \text{ و } z_C = 1 + \sqrt{3} - i, z_B = 1 + \sqrt{3} + i, z_A = 1 + 2i$$

(أ) بين أن: $AB = CD$ و (AD) يوازي (BC)

(ب) تحقق أن: $\frac{z_B + z_D}{2} \neq \frac{z_A + z_C}{2}$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

$$(3) \text{ (أ) بين أن: } \frac{z_D - z_B}{z_A - z_B} = \sqrt{3} e^{i\frac{\pi}{2}}$$

استنتج أن D هي صورة A بتشابه مباشر مركزه B يطلب تعيين نسبته وزاويته.

(ب) بين أن المثلث ADB قائم وأن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى دائرة يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها.

(ج) استنتج إنشاء للرباعي $ABCD$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

- (1) نعتبر المعادلة (E): $2013x - 1962y = 54$ حيث x و y عدنان صحيحان .
- (أ) احسب $PGCD(2013, 1962)$
- (ب) استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلولاً .
- (ج) بين أنه إذا كانت الثنائية (x, y) حلاً للمعادلة (E) فإن: $x \equiv 0[6]$
- (د) استنتج حلاً خاصاً (x_0, y_0) حيث $74 < x_0 < 80$ ثم حل المعادلة (E)
- (2) نرمز بالرمز d إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y حيث (x, y) حل للمعادلة (E)
- (أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟
- (ب) عين قيم العددين الطبيعيين a و b حيث: $671a - 654b = 18$ و $PGCD(a, b) = 18$

التمرين الرابع: (06 نقاط)

- (I) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (2-x)e^x - 1$
- (1) ادرس تغيرات الدالة g
- (2) بين أن للمعادلة: $g(x) = 0$ في $\mathbb{R}$ حلان α و β حيث $-1,2 < \alpha < -1,1$ و $1,8 < \beta < 1,9$
- (3) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$
- (II) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$ وفتر النتيجتين هندسياً .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$ واستنتج حصراً للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$
- (4) احسب $f(1)$ ثم ارسم المنحنى (C_f)
- (5) λ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1
- (أ) احسب بدلالة λ العدد $a(\lambda)$ حيث: $a(\lambda) = \int_1^\lambda [f(x) - 1] dx$
- (ب) احسب نهاية $a(\lambda)$ عندما يؤول λ إلى $+\infty$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

A و B النقطتان اللتان لاحقتهما على الترتيب: $a = -2 + 6i$ و $b = -1 + 2i$

(1) اكتب العدد المركب $1 + i$ على شكل أسي .

(2) S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z' = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} z + 2$

(أ) النقطة ذات اللاحقة d حيث $d = 2i$ ، جد لاحقة النقطة D' صورة D بالتحويل S . ماذا تستنتج؟

(ب) بين أن: $z' - d = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} (z - d)$ واستنتج طبيعة وعناصر التحويل S

(3) (Δ) المستقيم ذو المعادلة: $3x + 5y = 11$

(أ) تحقق أن النقطة $M_0(-3; 4)$ تنتمي إلى (Δ) ثم عين نقط (Δ) التي إحداثياتها أعدادا صحيحة.

(ب) M'_0 صورة M_0 بالتحويل S . بين أن المستقيمين (BM'_0) و (BA) متعامدان.

(4) x و y عدنان صحيحان من المجال $[-5; 5]$. عين مجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوي بحيث يكون

المستقيمان (BA) و (BM') متعامدين، حيث M' هي صورة M بالتحويل S

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على $[0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x^2}{x+4}$. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي

المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ كما هو مبين في الشكل أدناه.

(1) بين أن الدالة f متزايدة تماما.

(2) (U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $U_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = f(U_n)$

(Δ) المستقيم الذي معادلته $y = x$

(أ) باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثل، على حامل محور الفواصل، الحدود: U_0, U_1, U_2, U_3 و U_4 دون حسابها.

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

(3) (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 3$

(ب) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة.

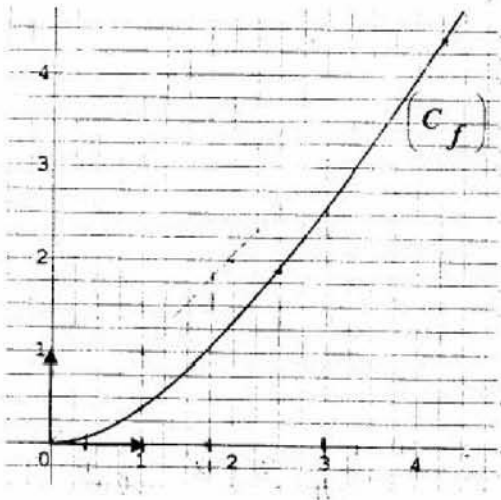
(ج) استنتج أن (U_n) متقاربة.

(4) (أ) ادرس إشارة العدد $7U_{n+1} - 6U_n$ واستنتج أنه من أجل كل

عدد طبيعي n : $0 \leq U_{n+1} \leq \frac{6}{7} U_n$

(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq U_n \leq 3 \left(\frac{6}{7}\right)^n$

(ج) احسب نهاية المتتالية (U_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$



التمرين الثالث: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. (Δ) المستقيم الذي يشمل النقطة $A(1;1;3)$

$$\vec{u}(1;2;-2) \text{ شعاع توجيه له. } (\Delta') \text{ المستقيم المعروف بجملة المعادلتين: } \begin{cases} x+z=0 \\ y=3 \end{cases}$$

(1) جد تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (Δ) و (Δ')

(2) بين أن (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي.

(3) (P) المستوي الذي يشمل (Δ') و يوازي (Δ) . بين أن معادلة المستوي (P) هي: $2x + y + 2z - 3 = 0$

(4) نقطة كيفية من المستقيم (Δ) ، حيث $t \in \mathbb{R}$. احسب المسافة بين $M(1+t; 1+2t; 3-2t)$ والمستوي (P)

(5) أ) عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) ، ثم عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم

(Δ'') الذي يشمل A' ويوازي (Δ)

ب) بين أن (Δ') و (Δ'') يتقاطعان في النقطة $B(1;3;-1)$

(6) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(t) = BM^2$

$$\text{أ) بين أن: } f(t) = 9t^2 - 24t + 20$$

ب) بين أن f تقبل قيمة حدية صغرى $f(t_0)$ يطلب تعيين t_0 و $f(t_0)$

$$\text{ج) تحقق أن } d = \sqrt{f(t_0)}$$

التمرين الرابع: (05.5 نقاط)

(1) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = (1+2\ln x)(-1+\ln x)$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

أ) ادرس تغيرات الدالة f

ب) اكتب معادلة المماس (Δ) المنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة e (حيث e أساس اللوغاريتم النيبيري).

ج) عيّن فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم ارسم (C_f) على المجال $]0; e^2]$

(2) g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = 1 - \ln x$

(C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) ادرس تغيرات الدالة g

ب) عيّن الوضع النسبي للمنحنيين (C_f) و (C_g) ثم ارسم (C_g) على المجال $]0; e^2]$

(3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x$

أ) احسب $h'(x)$ واستنتج دالة أصالية للدالة $x \mapsto (\ln x)^2$ على $]0; +\infty[$

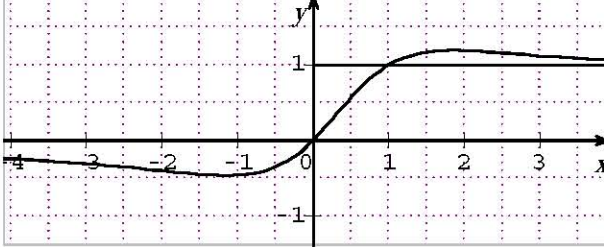
ب) احسب العدد: $\int_{\frac{1}{e}}^e [f(x) - g(x)] dx$

05

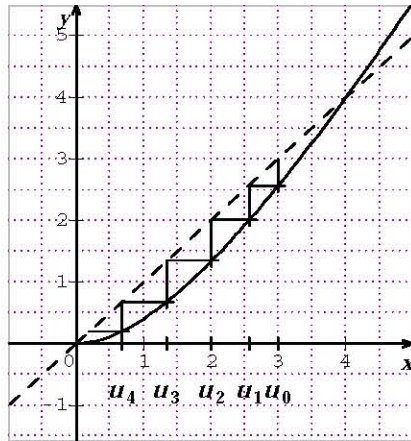
عدد الصفحات

الإجابة النموذجية

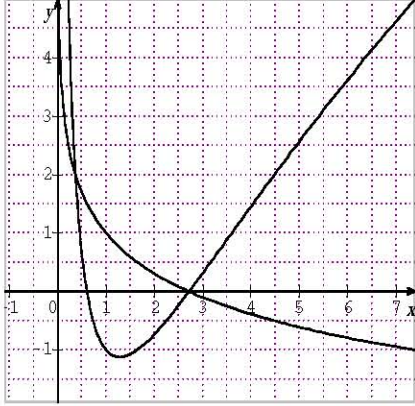
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
05		التمرين الأول: (05 نقاط)
	0.5+0.25	(1) صحيح لأن الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.....
	0.25×2	(2) خطأ لأن النقطة A لا تنتمي إلى (P)
	0.5+0.25	(3) صحيح لأن إحداثيات النقط A ، B و C تحقق المعادلة.....
	0.75+0.25	(4) صحيح لأن إحداثيات A و C تحقق الجملة أو لأن $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{UB}$ و إحداثيات C تحقق الجملة، حيث $\overrightarrow{U} (2; 3; -4)$
	0.5+0.25	(5) خطأ لأن المسافة بين D و (P) تساوي $\frac{2}{3}$
	0.5+0.25	(6) صحيح لأن $E \in (P)$ و $\overrightarrow{EC}$ ناظمي للمستوي (P)
05	0.25 ×2	(7) خطأ لأن D ليست منتصف القطعة $[AC]$
	0.25×4	التمرين الثاني: (05 نقاط)
	0.5×2	(1) $\Delta = 4i^2$ ، الحلول هي $z_1 = 1+2i$ ، $z_2 = 1+\sqrt{3}+i$ ، $z_3 = 1+\sqrt{3}-i$
	0.25×3	(2) أ) $ z_B - z_A = z_D - z_C = 2$ و $\frac{z_D - z_A}{z_C - z_B} = 2$ ومنه $AB = CD$ و $(BC) \parallel (AD)$... ب) $\frac{z_B + z_D}{2} \neq \frac{z_A + z_C}{2}$ والرباعي هو شبه منحرف متساوي الساقين.....
	0.75	(3) أ) تبيان أن: $\frac{z_D - z_B}{z_A - z_B} = \sqrt{3} \times e^{i\frac{\pi}{2}}$
	0.5	ب) $z_D - z_B = \sqrt{3} \times e^{i\frac{\pi}{2}} (z_A - z_B)$ ومنه D صورة A بتشابه مباشر نسبته $\sqrt{3}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$... ب) المثلث ADB قائم في B
	0.25	النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى الدائرة (γ) التي قطرها $[AD]$ لأن: $\widehat{ABD} = \widehat{ACD} = \frac{\pi}{2}$
04	0.5	نصف القطر $r=2$ والمركز $\Omega(1; 0)$
	0.25	ج) إنشاء $ABCD$: نعلم A و D ؛ B هي نقطة تقاطع (γ) والمستقيم ذي المعادلة $y=1$ و C هي تقاطع (γ) والمستقيم ذي المعادلة $y=-1$ ؛ فاصلة كل من B و C موجبة.....
	0.5	التمرين الثالث: (04 نقاط)
	0.5	(1) أ) $PGCD(2013, 1962) = 3$
	0.25	ب) $PGCD(2013, 1962) = 3$ يقسم 54 إذن للمعادلة حلولاً..... ج) (E) تكافئ $671x = 6(109y + 3)$ ومنه $6/671x$ و 6 أولي مع 671 إذن $6/x$ أي
	0.5	$x \equiv 0[6]$ (حسب مبرهنة غوص).....
	0.5	د) $(x_0, y_0) = (78, 80)$
	1	حلول المعادلة هي الثنائيات (x, y) حيث $x = 78 + 654k$ و $y = 80 + 671k$ ($k \in \mathbb{Z}$).....

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
06	0.5	(2) أ) d من قواسم 18 إذن $d \in \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$
	0.75	ب) $a = 1386 + 11772p$ و $b = 1422 + 12078p$ و $(p \in \mathbb{N})$
	2×0,25	التمرين الرابع: (06 نقاط)
	0,5	(I) $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$
	0,25	$g'(x) = (1-x)e^x$ ، $g'(x) \geq 0$ لما $x \leq 1$ و $g'(x) < 0$ لما $x > 1$
	0,75	جدول التغيرات:
	0,25	(2) g مستمرة و متزايدة تماما على $]-\infty; 1]$ و $g(1) > 0$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -1$ ومنه للمعادلة $g(x) = 0$
	0,75	حل وحيد α في المجال $]-\infty; 1]$ ، بنفس الطريقة نبين للمعادلة حل وحيد β في المجال $[1; +\infty[$
	0,25	$g(-1,1) \approx 0,032$ ، $g(-1,2) \approx -0,036$ لأن: $-1,2 < \alpha < -1,1$
	0,25	و $g(1,8) \approx 0,21$ ، $g(1,9) \approx -0,33$ لأن: $1,8 < \beta < 1,9$
	0,75	إشارة $g(x)$: $g(x) \geq 0$ لما $x \in [\alpha; \beta]$ و $g(x) < 0$ لما $x \in]-\infty; \alpha[\cup]\beta; +\infty[$
	0,25	(II) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ مستقيمان مقاربان معادلتهما $y=0$ و $y=1$
	0,25	(2) $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$
	0,25	f متناقصة تماما على كل من $]-\infty; \alpha[$ و $[\beta; +\infty[$ و متزايدة تماما على $[\alpha; \beta]$
	0,25	جدول التغيرات:
	3×0,25	(3) $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha-1}$ و $-0,48 < f(\alpha) < -0,45$ و $1,11 < f(\beta) < 1,25$
	0,5	(4) $f(1) = 1$ رسم (C_f) :
		
	0,25	(5) أ) $a(\lambda) = \int_1^\lambda (f(x) - 1)dx = [\ln(1 - xe^{-x})]_1^\lambda$
	0,25	$= \ln(1 - \lambda e^{-\lambda}) - \ln(e-1) + 1$
	0,25	ب) $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} a(\lambda) = 1 - \ln(e-1)$ لأن $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} (-\lambda e^{-\lambda}) = 0$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
05		التمرين الأول: (05 نقاط)
	0,5	 $1+i=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ (1)
	0,25×2	(2) أ) لاحقة النقطة D' هي $2i$ إذن النقطة D صامدة بالتحويل S (D مركز S)
	0,5	 ب) تبين أن $z'-d=\sqrt{2}\times e^{i\frac{\pi}{4}}(z-d)$
	0,5	 S تشابه مباشر مركزه D نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$
	0,25	 (3) أ) التحقق من أن النقطة $M_0(-3;4)$ تنتمي إلى (Δ)
	0,75	 النقطة التي إحداثياتها صحيحة: $k \in \mathbb{Z} / M(5k-3; -3k+4)$
	0,25	 ب) صورة $M_0(-3;4)$ هي $M'_0(-5;1)$
	0,75	 المستقيمان (BM'_0) و (BA) متعامدان $\left(\arg\left(\frac{z_{M'_0}-z_B}{z_A-z_B}\right)=\frac{\pi}{2} \text{ أو } \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BM'_0}=0 \right)$
	0,5	 (4) المستقيمان (BM') و (BA) متعامدان إذن : $\begin{cases} 3x+5y=11 \\ -5 \leq x \leq 5 \\ -5 \leq y \leq 5 \end{cases}$
04.5	0,5	 النقطة المطلوبة هي $M_0(-3;4)$ و $M_1(2;1)$
		التمرين الثاني: (04.5 نقاط)
	0,5	 (1) $f'(x)=\frac{8x}{(x+4)^2} \geq 0$ إذن الدالة f متزايدة تماما على $[0; +\infty[$
	0,5	 (2) أ) تمثيل الحدود: (أو باستعمال المنحنى المرفق)
	0,5	 ب) التخمين: (U_n) متناقصة ومتقاربة نحو الصفر
	0,5	 (3) أ) $0 \leq U_0 \leq 3$ محققة
	0,5	 نفرض $0 \leq U_n \leq 3$ ومنه $f(0) \leq f(U_n) \leq f(3)$
	0,5	 ومنه $0 \leq U_{n+1} \leq 3$ لأن: $f(0)=0$ و $f(3)=\frac{18}{7} < 3$
	0,5	 إذن لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $0 \leq U_n \leq 3$
	0,5	 ب) $U_{n+1}-U_n=\frac{U_n(U_n-4)}{U_n+4} < 0$ (لأن $0 \leq U_n \leq 3$) ومنه (U_n) متناقصة.
0,5	0,5	 ج) (U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة
	0,5	 (4) أ) $7U_{n+1}-6U_n=\frac{8U_n(U_n-3)}{U_n+4} \leq 0$ لأن $0 \leq U_n \leq 3$ ومنه نستنتج أن :
	0,5	 $0 \leq U_{n+1} \leq \frac{6}{7}U_n$



العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
05	0,75	ب) البرهان بالتراجع على أن: $0 \leq U_n \leq 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$
	0,25	ج) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{6}{7}\right)^n = 0$ لأن $0 < \frac{6}{7} \leq 1$ إذن $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0$ حسب مبرهنة الحصر
		التمرين الثالث: (05 نقاط)
	0,5	1) تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) هو: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 3-2t \end{cases}$ حيث $t \in \mathbb{R}$
	0,5	تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ') هو: $\begin{cases} x = -t' \\ y = 3 \\ z = t' \end{cases}$ حيث $t' \in \mathbb{R}$
	0,75	2) (Δ) و (Δ') ليسا من نفس المستوي لأنهما غير متوازيين وغير متقاطعين
	0,75	3) (P) يشمل $M_0(0;3;0)$ و موجه بالشعاعين $\vec{u}(-1;2;-2)$ و $\vec{v}(-1;0;1)$ ، نعين شعاعا ناظميا $\vec{n}$ لـ (P) أو نكتب تمثيلا وسيطيا له ثم نستنتج المعادلة $2x + y + 2z - 3 = 0$...
	0,5	4) المسافة بين M من (Δ) و (P) هي $d = 2$
	0,5	5) أ) $A\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$ هي نقطة تقاطع (P) مع المستقيم الذي يشمل A و يعامد (P)
	0,25	تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ') : $\begin{cases} x = -\frac{1}{3} + \lambda \\ y = \frac{1}{3} + 2\lambda \\ z = \frac{5}{3} - 2\lambda \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R}$
	0,5	ب) $(\Delta) \cap (\Delta') = \{B(1,3,-1)\}$
	0,25	6) أ) $f(t) = BM^2 = 9t^2 - 24t + 20$
	0,25	ب) $f'(t) = 18t - 24$ ومنه $t_0 = \frac{4}{3}$ ، $f(t_0) = 4$
	0,25	ج) $d = 2 = \sqrt{f(t_0)}$

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
05.5	0.50	التمرين الرابع: (05.5 نقاط)
		1 (أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$
		0.5 $f'(x) = \frac{-1+4 \ln x}{x}$
		0.25 إشارة $f'(x)$: $0 - \frac{1}{e^4} + \dots + \infty$
		0.25 جدول التغيرات :
		0.5 (ب) معادلة المماس (Δ) : $y = \frac{3}{e}x - 3$
		0.25 $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ و $x = e$ (ج)
		رسم (C_f) :
		
		0.75 2 (أ) تغيرات الدالة g
		0.25 (ب) الوضع النسبي للمنحنيين $f(x) - g(x) = 2(\ln x - 1)(\ln x + 1)$
		0.25 الإشارة : $0 + e^{-1} - e + \dots + \infty$
		0.25 (C_f) أعلى (C_g) في كل من $0; \frac{1}{e}]$ و $[e; +\infty[$ و (C_f) أسفل (C_g) في $[\frac{1}{e}; e]$
		0.25 رسم (C_g) :
		0.25 3 (أ) $h'(x) = (\ln x)^2$ ومنه h دالة أصلية للدالة $x \mapsto (\ln x)^2$
		0.5 (ب) $\int_{\frac{1}{e}}^e [f(x) - g(x)] dx = 2 \int_{\frac{1}{e}}^e [(\ln x)^2 - 1] dx = 2[h(x) - x]_{\frac{1}{e}}^e = -\frac{8}{e}$