



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2024

الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 02 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

a عدد طبيعي حيث: $a = 2024$

(1) أ) عَيِّن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 9

ب) استنتج أن العدد $a+1$ يقبل القسمة على 9

(2) أ) عَيِّن باقي القسمة الإقليدية للعدد $3a+5$ على 9 وبيِّن أن: $a^4 \equiv 1[9]$

ب) استنتج أن العدد $7a^4+3a+1445$ يقبل القسمة على 9

(3) عَيِّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $a^4 n+3a+5 \equiv 0[9]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2 \end{cases}$

(1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n - 1$

أ) بيِّن أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1} - 3v_n = 0$

ب) استنتج أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 3

(3) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

(4) نضع: من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

أ) احسب S_n بدلالة n ثم بيِّن أن: $S_n + u_n = 5 \times 3^n$

ب) عَيِّن قيمة العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $S_n + u_n = 405$



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون // بكالوريا 2024

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$
- (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) احسب كلاً من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- (2) أ) بين أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 3x(x-2)$ ،
 ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) أ) بين أن $A(1;0)$ نقطة انعطاف لـ (C_f)
 ب) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة A .
- (4) أ) تحقق أنه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - (-3x+3) = (x-1)^3$ ،
 ب) استنتج الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمماس (T)
- (5) احسب $f(-1)$ و $f(3)$ ثم ارسم (T) و (C_f)



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون // بكالوريا 2024

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة مما يلي:

(1) العدد 2024 يوافق بترديد 5 العدد:

(أ) -1 (ب) 1 (ج) 6

(2) a و b عدنان طبيعيان حيث: $b = 6a + 7$ ، باقي القسمة الإقليدية للعدد b على 6 هو:

(أ) 7 (ب) 1 (ج) 6

(3) a و b عدنان طبيعيان حيث: $a \equiv 3[7]$ و $b \equiv 5[7]$ ، العدد $3a + 2b$ يوافق بترديد 7 العدد:

(أ) 3 (ب) 1 (ج) 5

(4) a و b عدنان طبيعيان حيث: $a + b \equiv 4[5]$ و $a - b \equiv 3[5]$ ، باقي القسمة الإقليدية

للعدد $a^2 - b^2$ على 5 هو:

(أ) 1 (ب) 3 (ج) 2

التمرين الثاني: (06 نقاط)

نعتبر المتتالية الحسابية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحذاها الأول u_0 و أساسها r حيث: $u_0 = 2$ و $u_2 + u_9 = 70$

(1) بيِّن أن: $r = 6$

(2) بيِّن أنه: من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 6n + 2$

(3) أثبت أن العدد 2024 حدّ من حدود المتتالية (u_n)

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

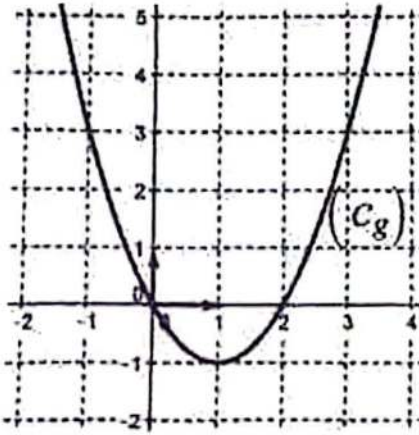
(أ) احسب بدلالة n المجموع S_n

(ب) عَيِّن قيمة العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 352$



اختبار في مادة: الرياضيات // الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون // بكالوريا 2024

التمرين الثالث: (08 نقاط)



(I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x(x-2)$

(C_g) تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل.

(1) احسب $g(0)$ ، $g(1)$ و $g(2)$

(2) بقراءة بيانية:

(أ) حدّد اتجاه تغير الدالة g

(ب) عيّن حسب قيم x إشارة $g(x)$

(II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب كلاً من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) (أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = -g(x)$

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

(3) (أ) بيّن أنّ $A(1; \frac{2}{3})$ نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

(ب) اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة A

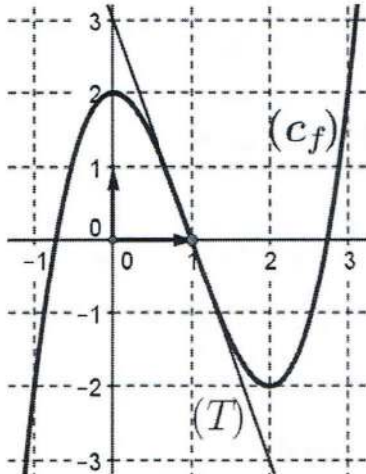
(4) (أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{1}{3}x^2(3-x)$

(ب) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(5) احسب $f(-2)$ و $f(4)$ ثمّ ارسم (T) و (C_f)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)															
العلامة	مجزأة																
التمرين الأول (06 نقاط)																	
2	1	(أ) $2024 \equiv 8[9]$	(1)														
	1	(ب) $2024 \equiv -1[9]$ ومنه $a+1 \equiv 0[9]$															
3	1+1	(أ) $3a+5 \equiv 2[9]$ ، من $a+1 \equiv 0[9]$ نجد: $a^4 \equiv 1[9]$	(2)														
	$0,5 \times 2$	(ب) $7a^4 + 3a + 1445 \equiv 7-3+5[9]$ ومنه $7a^4 + 3a + 1445 \equiv 0[9]$															
1	$0,5 \times 2$	(3) $a^4 n + 3a + 5 \equiv 0[9]$ تعني: $n \equiv 7[9]$ ومنه: $n = 9k + 7$ ($k \in \mathbb{N}$)	(3)														
التمرين الثاني (06 نقاط)																	
1,5	$0,5 \times 3$	(1) $u_3 = 55$ و $u_2 = 19$ ، $u_1 = 7$	(1)														
1,5	0,75	(أ) $v_{n+1} - 3v_n = 0$	(2)														
	0,75	(ب) $v_{n+1} = 3v_n$ ومنه (v_n) هندسية أساسها 3															
1	$0,5 \times 2$	(3) $u_n = 2 \times 3^{n+1}$ ، $v_n = 2 \times 3^n$	(3)														
2	$0,5 \times 2$	(أ) $S_n + u_n = 5 \times 3^n$ ، $S_n = 3^{n+1} - 1$	(4)														
	$0,5 \times 2$	(ب) من $S_n + u_n = 405$ نجد $3^n = 81 = 3^4$ ومنه $n = 4$															
التمرين الثالث (08 نقاط)																	
1	$0,5 \times 2$	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	(1)														
2,25	$0,25 + 0,5$	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$	(2)														
	$0,5 \times 2$	(ب) f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 0]$ و $[2; +\infty[$															
	0,5	ومتناقصة تماما على $[0; 2]$ جدول التغيرات <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	2
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
$f'(x)$	+	0	-	0	+												
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$													
1,75	$0,5 \times 2$	(أ) $f''(x) = 6(x-1)$ ، f'' تنعدم عند 1 وتغير إشارتها	(3)														
	0,75	(ب) معادلة (T) : $y = -3x + 3$															
1,25	0,5	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) - (-3x + 3) = (x-1)^3$	(4)														
	0,75	(ب) لِمَا $x < 1$: (C_f) أسفل (T) و لِمَا $x > 1$: (C_f) أعلى (T) $(T) \cap (C_f) = \{A(1;0)\}$															

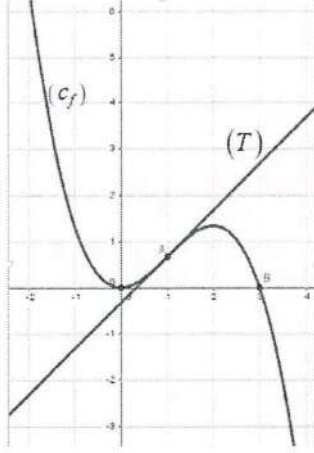
الإجابة النموذجية // مادة: الرياضيات // الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون // بكالوريا 2024

1,75	$0,25 \times 2$ 0,25 1	 الرسم: $f(3) = 2$ و $f(-1) = -2$ رسم (T) رسم (cf)	(5)
------	--------------------------------------	---	-----

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)																
العلامة	مجزأة																	
التمرين الأول (06 نقاط)																		
1,5	$0,75 \times 2$	$2024 = 405 \times 5 - 1$ (الإجابة: أ)	(1)															
1,5	$0,75 \times 2$	$b = 6(a + 1) + 1$ (الإجابة: ب)	(2)															
1,5	$0,75 \times 2$	$3a + 2b \equiv 5[7]$ (الإجابة: ج)	(3)															
1,5	$0,75 \times 2$	$a^2 - b^2 \equiv 2[5]$ (الإجابة: ج)	(4)															
التمرين الثاني (06 نقاط)																		
1,5	$0,5 + 1$	$u_2 + u_9 = 70$ تكافئ $2u_0 + 11r = 70$ ومنه: $r = 6$	(1)															
1,5	$0,75 \times 2$	$u_n = u_0 + nr = 6n + 2$	(2)															
1	1	$u_n = 2024$ تكافئ $n = 337$	(3)															
2	$0,5 \times 2$	$S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = (n+1)(3n+2)$ (أ)	(4)															
	$0,5 \times 2$	$S_n = 352$ تكافئ $3n^2 + 5n - 350 = 0$ ومنه $n = 10$ (ب)																
التمرين الثالث (08 نقاط)																		
0,75	$0,25 \times 3$	$g(0) = 0$ ، $g(1) = -1$ و $g(2) = 0$	(1(I															
1,25	0,5	(أ) الدالة g متناقصة تماما على $]-\infty; 1]$ و متزايدة تماما على $[1; +\infty[$	(2)															
	0,75	(ب) g موجبة تماما على المجالين $]-\infty; 0]$ و $]2; +\infty[$ وسالبة تماما على المجال $]0; 2[$ وتتعدم عند 0 وعند 2																
1	$0,5 \times 2$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$	(1(II															
1,5	0,5	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = -x^2 + 2x = -g(x)$	(2)															
	0,5	(ب) الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty; 0]$ و $]2; +\infty[$ و متزايدة																
	0,5	تماما على $[0; 2]$ جدول التغيرات <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>$\frac{4}{3}$</td><td></td><td>$-\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	0	-	$f(x)$	$+\infty$		$\frac{4}{3}$
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$														
$f'(x)$	-	0	+	0	-													
$f(x)$	$+\infty$		$\frac{4}{3}$		$-\infty$													
1	0,5	(أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f''(x) = -2x + 2$ ، f'' تتعدم عند 1 وتغير إشارتها ومنه $A(1; \frac{2}{3})$ نقطة انعطاف لـ (C_f)	(3)															
	0,5	(ب) $(T): y = x - \frac{1}{3}$																

الإجابة النموذجية // مادة: الرياضيات // الشعبة: آداب وفلسفة ، لغات أجنبية ، فنون // بكالوريا 2024

0,75	0,25	أ) من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = \frac{1}{3}x^2(3-x)$	(4)
	0,5	ب) $(c_f) \cap (xx') = \{O(0;0), B(3;0)\}$	
1,75	0,5 × 2 0,5 + 0,25	$f(4) = -\frac{16}{3}$ و $f(-2) = \frac{20}{3}$ الرسم. 	(5)

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحل الصحيحة مع التقيد بسلم التنقيط.