

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
دورة: جوان 2009

وزارة التربية الوطنية
بكالوريا التعليم الثانوي
مادة: آداب و فلسفة + لغات أجنبية

المدة: ساعتان ونصف

مبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

تمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بعدها الأول $u_1 = 2$ و بالعلاقة $u_2 - 2u_5 = 19$.

(1) $\rightarrow$ أحسب الأساس r للمتتالية (u_n) .

ب- أحسب الحد العاشر

(2) أكتب عبارة u_n بدلالة n .

(3) بين أن العدد (-2008) هو حدا من حدود (u_n) . محددا رتبته.

(4) أحسب المجموع: $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{671}$

تمرين الثاني: (05 نقاط)

ليكن العدد الطبيعي $a = 25$

1. أ- تحقق أن : $a \equiv 1[3]$

ب- استنتج باقى القسمة الإقليدية للعدد $2a^2 + 4$ على 3

ج - بين أن : $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$

2. أ) ادرس ، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة العدد 5^n على 3

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث : $5^n + a^2 \equiv 0[3]$

تمرين الثالث: (09 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بين أن الدالة f تكتب على الشكل: $f(x) = 1 + \frac{a}{x+1}$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.

(2) أحسب نهاية الدالة f عند $(+\infty)$ و $(-\infty)$ و (-1) ، ثم فسر النتائج المحصل عليها بيانيا.

(3) أحسب $f'(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات f .

(4) اكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 3.

(5) عيّن إحداثيي نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع حامي محور الإحداثيات

(6) أرسم كلا من (Δ) و (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (08 نقاط)

لتكن f دالة عددية معرفة على المجال $]2, +\infty[$ بـ: $f(x) = -2 + \frac{3}{x-2}$

- كل سؤال من الأسئلة الخمسة التالية يتضمن إجابة واحدة صحيحة، تعرف عليها، مع التبرير.

س1 (يمكن كتابة الدالة f على الشكل:

$$1) f(x) = \frac{7+2x}{x-2} \quad 2) f(x) = \frac{-2x+7}{x-2} \quad 3) f(x) = \frac{-2x-7}{x-2}$$

س2 (f' مشتقة الدالة f على المجال $]2, +\infty[$ وعبارتها $f'(x)$ هي:

$$1) f'(x) = \frac{3}{(x-2)^2} \quad 2) f'(x) = \frac{-2}{(x-2)^2} \quad 3) f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

س3 (نهاية $f(x)$ عند $(+\infty)$ هي:

$$1) +\infty \quad 2) +3 \quad 3) -2$$

س4 (المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا معادلته هي:

$$1) x=2 \quad 2) x=3 \quad 3) y=2$$

س5 (المنحنى (C_f) يقبل مماسا عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=3$ معادلته هي:

$$1) y = -\frac{1}{3}x + 10 \quad 2) y + 3x - 10 = 0 \quad 3) y = 3x - 10$$

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ و أساسها موجب.

1- عيّن أساس هذه المتتالية و حدها الأول u_0 إذا علمت أن: $u_3 = 144$ و $u_5 = 576$.

2- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = 18 \times 2^n$

3- أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ، ثم استنتج قيمة العدد الطبيعي n حيث: $S_n = 1134$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1 (أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 9.

2 (عيّن باقي القسمة الإقليدية للعدد:

$$(1429^{2009} + 2008^{1430})$$

3 (بيّن أن العدد A حيث:

$$A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$$

يقبل القسمة على 9 من أجل كل عدد طبيعي n .

العلامة		عناصر الاجابة	محاور	
المجموع	مجزأة	الموضوع الأول	موضوع	
06		التمرين الأول:		
	1	(1) $u_2 - 2u_5 = 19$ معناه $(2 + 5) - 2(2 + 45) = 19$		
	0.75	 $r = -3$		
	1.25	(ب) $u_{10} = u_1 + 9.r$ و منه: $u_{10} = -25$ (2) عبارة u_n بدلالة n		
	1.25	 $u_n = u_1 + (n - 1)r$ و منه: $u_n = 5 - 3n$		
	1.25	(3) إثبات أن العدد (-2008) هو حدا من حدود (u_n)		
	0.5	 $u_n = -2008$ و منه: $3n = 2013$ أي $n = 671$		
	1.25	 $u_{671} = -2008$		
		(4) حساب المجموع: $S = u_1 + u_2 + + u_{671}$		
		 $S = \frac{671}{2}(u_1 + u_{671}) = 671 \times (-1003)$ $= - 673013$		
05	0.5	التمرين الثاني:	الموافقات	
	1	1. أ) $a \equiv 1[3]$		
	1	(ب) باقي قسمة العدد $2a^2 + 4$ على 3 هو 0		
	1.5	(ج) $a^{360} - 5 \equiv 2[3]$		
	1	2. أ) بواقي قسمة 5^{2k} ، 5^{2k+1} على 3 هي 1 ، 2 على الترتيب		
		(ب) $n = 2k + 1$		

العلامة		عناصر الإجابة الموضوع الأول	محاو الموضوع															
المجموع	مجزأة																	
09		التمرين الثالث:																
	0.5	 $a = -4$ ، $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ (1)																
	4×0.5	 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ (2) < >																
	2×0.5	التفسير البياني: المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتهما: $x = -1$ ، $y = 1$																
	1	 حساب $f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2}$: $f'(x)$ (3) جدول تغيرات f :																
	2×0.5	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	$f'(x)$		+	+		$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	1	
	x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$													
	$f'(x)$		+	+														
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$	1														
1	 معادلة المماس (Δ) هي : $y = \frac{1}{4}(x-3)$ (4)																	
2×0.5	 $B(0, -3)$ ، $A(3, 0)$ (5)																	
1+0.5	 رسم (Δ) و (C_f) (6)																	
08		الموضوع الثاني																
		التمرين الأول:																
	1+0.5	 $f(x) = \frac{-2x+7}{x-2}$ (س1)																
	1+0.5	 $f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$ (س2)																
	1+0.5	 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$ (س3)																
	1+0.5	 المستقيم المقارب معادلته: $x = 2$ (س4)																
2	 المماس هو: $y + 3x - 10 = 0$ (س5)																	
		التمرين الثاني:																
1	 $u_5 = u_3 q^2$ (1) $q^2 = 4$ و منه $q = 2$																	
1	 $u_0 = 18$																	

87

محاو الموضوع	عناصر الإجابة	
	العلامة	مجزأة
07	1 + 0.75	(2) عبارة u_n بدلالة n : $u_n = u_0 \times q^n = 18 \times 2^n$ (3) حساب المجموع بدلالة n : $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
	1 + 0.75	 $= u_0 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} = 18(2^{n+1} - 1)$
	0.5	استنتاج قيمة n بحيث $S_n = 1134$ $2^{n+1} = 64$ معناه $S_n = 1134$
	01	أي: $n = 5$
05	التمرين الثالث:	
	4 × 0.25	(1) دراسة بواقي 7^n على 9 $7^3 \equiv 1[9]$, $7^2 \equiv 4[9]$, $7 \equiv 7[9]$, $7^0 \equiv 1[9]$ من أجل كل عدد طبيعي k
	0.5 + 0.5	 $7^{3k+2} \equiv 4[9]$, $7^{3k+1} \equiv 7[9]$, $7^{3k} \equiv 1[9]$
	(2) تعيين باقي قسمة العدد : $(1429^{2009} + 2008^{1430})$ على 9	
	0.75	 $\begin{cases} 1429^{2009} \equiv 7^{3k+2}[9] \\ 1429^{2009} \equiv 4[9] \end{cases}$ و منه $1429 \equiv 7[9]$
	0.5	 $2008^{1429} \equiv 1[9]$ و منه $2008 \equiv 1[9]$
	0.5	 إذن $1429^{2009} + 2008^{1430} \equiv 5[9]$
	(3) إثبات أن العدد $A = 7^{3n} + 7^{3n+1} + 7^{3n+2} + 6$ يقبل القسم على 9 من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}$.	
0.5	0.5	 أي: $A \equiv (1 + 4 + 7 + 6)[9] \equiv 18[9]$
	0.5	 $A \equiv 0[9]$
	0.25	 إذن A يقبل القسمة على 9