

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دورة: جوان 2015

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

عَيِّن الاقتراح الصحيح الوحيد ، مع التعليل ، من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الأربع الآتية:

- (1) إذا كان a عددا صحيحا حيث: $a \equiv -1[5]$ فإن:
 - (أ) $a \equiv 2[5]$
 - (ب) $a \equiv 6[5]$
 - (ج) $a \equiv 99[5]$
- (2) باقي القسمة الإقليدية للعدد -99 على 7 هو:
 - (أ) -1
 - (ب) 6
 - (ج) 1
- (3) من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $10^n - 1$ يقبل القسمة على:
 - (أ) 3
 - (ب) 5
 - (ج) 2
- (4) مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة هو دوماً:
 - (أ) عدد زوجي
 - (ب) مضاعف للعدد 3
 - (ج) مضاعف للعدد 4

التمرين الثاني: (07 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسية التي حدّها الأول u_0 وأساسها q حيث: $u_0 = 2$ و $q = 3$.

- (1) احسب u_1 و u_2 .
- (2) اكتب u_n بدلالة n ؛ ثم استنتج u_5 .
- (3) عَيِّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) .
- (4) (أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$.
(ب) استنتج قيمة المجموع: $2 + 6 + 18 + \dots + 486$.
- (5) (أ) عَيِّن باقي القسمة الإقليدية على 5 لكل عدد من الأعداد 3 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4 .
(ب) استنتج أنّه لكل k من $\mathbb{N}$ ؛ $3^{4k} \equiv 1[5]$.
- (6) عَيِّن الأعداد الطبيعية n التي من أجلها يكون $3^n - 1$ قابلاً للقسمة على 5 .

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ بـ : $f(x) = \frac{-x+3}{x-2}$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

ب) استنتج معادلات المستقيمت المقاربة للمنحنى (C_f) .

(2) احسب $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

(3) شكّل جدول تغيرات الدالة f .

(4) a و b عدنان حقيقيان ، (Δ) مستقيم معادلته $y = ax + b$.

عين العددين a و b علماً أنّ المستقيم (Δ) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

(5) أ) تحقق أنّه لكل x من $\mathbb{R} - \{2\}$: $f(x) = -1 + \frac{1}{x-2}$.

ب) استنتج النقط من المنحنى (C_f) التي إحداثياتها أعداد صحيحة.

(6) أنشئ (Δ) و (C_f) .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_1 وأساسها r حيث: $u_2 = \frac{1}{2}$ و $u_1 - u_3 = 5$

(1) أ) بيّن أن: $u_1 + u_3 = 1$

ب) عيّن الحدّ الأول u_1 ؛ ثمّ استنتج أن $r = -\frac{5}{2}$

(2) اكتب u_n بدلالة n

(3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $S_n = -\frac{657}{2}$

(4) n عدد طبيعي غير معدوم ، نضع: $T_n = u_1 + 2u_2 + 3u_3 + \dots + nu_n$

أ) تحقّق أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n) = -5n^2 - n + 18$

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع ، أثبت أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $T_n = \frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

$a \equiv 13[7]$ و $b \equiv -6[7]$ عدنان صحيحان يحقّقان:

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b

(2) بيّن أن العددين a^3+1 و b^3-1 يقبلان القسمة على 7

(3) أ) تحقّق أن: $a \equiv 2015[7]$ و $b \equiv 1436[7]$

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد $2015^3 + 1436^3$

ج) استنتج أن: $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0[7]$

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^3 - 3x + 2$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

(2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ؛ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها

(3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثياتها

(4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

(5) احسب $f(-2)$ و $f(2)$ ؛ ثمّ أنشئ (T) و (C_f)

(6) أ) أنشئ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 2$

ب) حل ، في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراحة $f(x) \geq x + 2$

العلامة		عناصر الإجابة						(الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة							
05 نقاط		التمرين الأول: (05 نقاط)						
	1,25	1. ج) $a \equiv 99[5]$ لأن $99 \equiv -1[5]$ أو $99 + 1 \equiv 0[5]$						
	1,25	2. ب) 6 لأن $6 - 99 \equiv 6[7]$ مضاعف لـ 7 أو $-99 \equiv 6[7]$						
	1,25	3. أ) 3 لأن $10 \equiv 1[3]$ ومنه لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $10^n - 1 \equiv 0[3]$						
	1,25	4. ب) مضاعف للعدد 3 لأن لكل $n \in \mathbb{N}$ ، $n + (n+1) + (n+2) = 3(n+1)$						
07 نقاط		التمرين الثاني: (07 نقاط)						
	01	1. $u_1 = 2 \times 3 = 6$ و $u_2 = 6 \times 3 = 18$						
	01	2. $u_n = 2 \times 3^n$ ؛ $u_5 = 2 \times 3^5 = 486$						
	01	3. $u_{n+1} - u_n = 4 \times 3^n > 0$ ومنه (u_n) متزايدة تماما						
	01	4. أ. $S_n = 3^n - 1$						
	01	ب. $2 + 6 + 18 + \dots + 486 = u_0 + u_1 + \dots + u_5 = 728$						
	01	العدد	3	3^2	3^3	3^4		أ. 5.
		الباقي	3	4	2	1		
	0,5	ب. $3^4 \equiv 1[5]$ ومنه لكل $k \in \mathbb{N}$ ، $3^{4k} \equiv 1[5]$						
	0,5	6. $3^n - 1 \equiv 0[5]$ تكافئ $3^n \equiv 1[5]$ إذا $n = 4k$ مع $k \in \mathbb{N}$						
08 نقاط		التمرين الثالث: (08 نقاط)						
	01	1. أ. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$						
	01	ب. $x = 2$ و $y = -1$						
	1,25	2. $f'(x) = \frac{-1}{(x-2)^2}$ ؛ $f'(x) < 0$						
	0,5	3. f متناقصة تماما على كل من $]-\infty; 2[$ و $]2; +\infty[$						
	0,5	3. جدول تغيرات الدالة f .						
	01	4. $b = f(0) = -\frac{3}{2}$ ؛ $a = f'(0) = -\frac{1}{4}$						
	0,5	5. أ. $-1 + \frac{1}{x-2} = \frac{-x+2+1}{x-2} = f(x)$						
	01	ب. $x \in \mathbb{Z}$ و $x-2$ من قواسم 1 أي $x \in \{1; 3\}$ ومنه $A(1; -2)$ و $B(3; 0)$						
	1,25	6. إنشاء (Δ) و (C_f) .						

العلامة		عناصر الإجابة	(الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة		
06 نقاط		التمرين الأول: (06 نقاط)	
	0,5	1. أ - $u_1 + u_3 = 2u_2 = 1$	
	01	ب - $(u_1 - u_2) + (u_1 + u_2) = 2u_1$ ومنه $u_1 = 3$. $r = u_2 - u_1 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$	
	01	2. $u_n = u_1 - \frac{5}{2}(n - 1) = -\frac{5}{2}n + \frac{11}{2}$	
	01	3. أ - $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n(17 - 5n)}{4}$	
	01	ب - $S_n = -\frac{657}{2}$ معناه $5n^2 - 17n - 1314 = 0$ ومنه $n = 18$	
	0,5	4. أ - لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n + 2)(9 - 5n) = -5n^2 - n + 18$	
	01	ب - الاستدلال بالتراجع	
06 نقاط		التمرين الثاني: (06 نقاط)	
	01	1. $a \equiv 6[7]$ و $b \equiv 1[7]$	
	1,5	2. $a \equiv -1[7]$ ومنه $a^3 + 1 \equiv 0[7]$ و $b \equiv 1[7]$ ومنه $b^3 - 1 \equiv 0[7]$	
	1,5	3. أ - $2015 \equiv 6[7]$ و $a \equiv 6[7]$ ؛ $1436 \equiv 1[7]$ و $b \equiv 1[7]$	
	01	ب - $2015^3 + 1436^3 \equiv 1 - 1[7]$ أي $2015^3 + 1436^3 \equiv 0[7]$	
	01	ج - $2015^3 + 1436^3 - 1962^3 + 1 \equiv 0 - 1 + 1[7]$	
08 نقاط		التمرين الثالث: (08 نقاط)	
	01	1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	
	1,25	2. $f'(x) = 3x^2 - 3$ إشارته	
	0,5	f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-1; 1]$	
	0,5	جدول التغيرات	
	0,75	3. $f''(x) = 6x$ تنعدم عند 0 مغيرة إشارتها ومنه $(0; 2)$ إحداثيات نقطة الانعطاف	
	0,75	4. $y = -3x + 2 : (T)$	
	0,5	5. $f(2) = 4$ و $f(-2) = 0$	
	1,25	إنشاء (T) و (C_f)	
	0,5	6. أ - إنشاء (Δ)	
	01	ب - $f(x) \geq x + 2$ تكافئ $x \in [-2; 0] \cup [2; +\infty[$	