



دورة: 2022

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

(1) المتتالية الحسابية التي أساسها r وحدها الأول $u_0 = 3$ و $u_1 = 8$ حيث:

(1) بين أن: $r = 2$ ثم اكتب عبارة u_n بدلالة n واحسب u_{1443}

(2) بين أن: 4047 حد من حدود المتتالية (u_n) ثم احسب المجموع S حيث: $S = u_{1443} + u_{1444} + \dots + u_{2022}$

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(أ) بين أن: $S_n = n^2 + 4n + 3$

(ب) عين العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 120$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عدوان طبيعيان حيث: $a = 2022$ و $b = 1443$

(1) عين باقي القسمة الإقلية لكل من a و b على 5 ثم استنتج أن:

(أ) تحقق أن باقي القسمة الإقلية للعدد $(a + a^2 + a^3)$ على 5 هو 4

(ب) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يقبل العدد $(a + a^2 + a^3 + n)$ القسمة على 5

(3) تحقق أن: $-1 \equiv a + b + 4 \pmod{5}$ ثم بين أن العدد $(a + b + ab)^a + (a + b + 4)^b$ يقبل القسمة على 5

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

(1) أحسب (1) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (C_f) .

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أحسب $(f'(x))$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 1

(4) تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = (1-x)(x-3)$

(ب) استنتاج إحداثي نقطتي تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

(5) حل في \mathbb{R} المعادلة $-3 = f(x)$ ثم استنتاج فاصلتي النقطتين من (C_f) اللتين ترتبيتهما -3 .

(6) أنشئ المماس (T) ثم المنحنى (C_f)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

$a+b \equiv 3[9]$ عددان طبيعيان حيث باقي القسمة الإقلية للعدد a على 9 هو 8 و باقي القسمة الإقلية للعدد b على 9 هو 4

(1) بين أنّ باقي القسمة الإقلية للعدد b على 9 هو 4

(2) تحقق أنّ العددين b و 103 متافقان بتردد 9

(3) أ) بين أنّ $103^3 \equiv 1[9]$ و $a \equiv -1[9]$

ب) تحقق أنّ $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]$

(4) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $a^{2022} + 103^3 + n \equiv 0[9]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

(u_n) المتالية الهندسية التي أساسها q موجب تماماً وحدتها الأول $u_0 = 3$ حيث: $u_0 + u_1 + u_2 = 21$

(1) بين أنّ $q = 6 - q^2$ ثم استنتج أنّ $q = 2$

(2) أحسب u_1 و u_2

(3) أ) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n

ب) هل العدد 96 حد من حدود المتالية (u_n) ؟

(4) أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

ب) عين العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n = 93$ (لاحظ أنّ $32 = 2^5$)

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = (x-2)^2(2x+1)$

أ) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس (C_f)

(1) تحقق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) بين أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = 2(x-2)(3x-1)$

(4) أ) أدرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R}

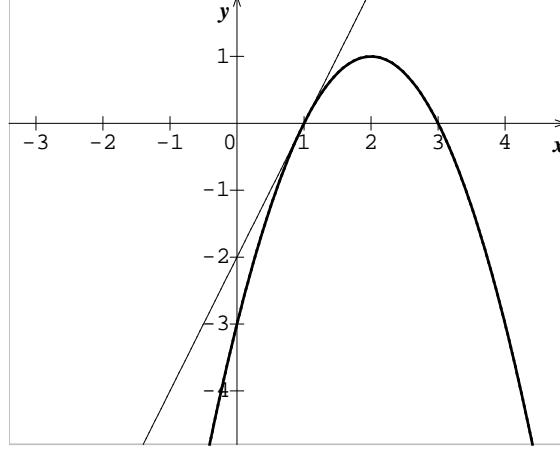
ب) إستنتاج اتجاه تغير الدالة f على \mathbb{R} ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحني (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0

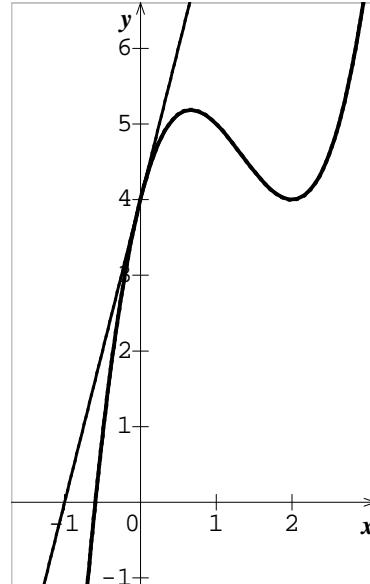
(6) أ) تحقق أنّ المنحني (C_f) يشمل النقطتين $A(2; 0)$ و $B\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$

ب) أنشئ المماس (T) ثم المنحني (C_f)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)											
مجموع	جزأة	التمرين الأول: (06 نقاط)											
التمرين الثاني: (06 نقاط)													
2.50	0.50+0.50	$r = 2$ معناه $2u_0 + r = 8$ $u_0 + u_1 = 8$	(1)										
	0.50+0.50	$u_n = 2n + 3$ ومنه $u_n = u_0 + nr$											
	0.5	$u_{1443} = 2(1443) + 3 = 2889$											
02	0.50+0.50	$n = 2022$ ومنه $2n + 3 = 4047$ $u_n = 4047$	(2)										
	0.50+0.50	$S = \frac{2022 - 1443 + 1}{2} (u_{1443} + u_{2022})$ $S = 290(2889 + 4047) = 2011440$											
01.5	0.50+0.50	$S_n = \frac{n+1}{2} (u_0 + u_n) = n^2 + 4n + 3$ -أ	(3)										
	0.25+0.25	$n = 9$ منه $n^2 + 4n + 3 = 120$ $S_n = 120$ -ب											
التمرين الثالث: (08 نقاط)													
02	0.50+0.50	$a \equiv 2[5]$ منه $2022 = 5 \times 404 + 2$ $b \equiv 3[5]$ منه $1443 = 5 \times 288 + 3$	(1)										
	0.50+0.50	استنتاج $a + b \equiv 0[5]$ منه $a + b \equiv 2 + 3[5]$:											
02	0.50+0.50	$a + a^2 + a^3 \equiv 4[5]$ منه $a + a^2 + a^3 \equiv 2 + 4 + 8[5]$ -أ التحقق	(2)										
	0.50+0.50	$n + 4 \equiv 0[5]$ معناه $a + a^2 + a^3 + n \equiv 0[5]$ n $n = 5k + 1$ منه											
02	01	$a + b + 4 \equiv -1[5]$ منه $a + b + 4 \equiv 0 + 4[5]$: - التتحقق	(3)										
	0.50+0.50	تبیان $(a + b + ab)^a + (a + b + 4)^b \equiv 1^{2022} + (-1)^{1443}[5]$ $(a + b + ab)^a + (a + b + 4)^b \equiv 0[5]$ منه											
التمرين الرابع: (08 نقاط)													
01	0.50+0.50	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	(1)										
02.5	01	$f'(x) = -2x + 4$ - حساب	(2)										
	0.50	$f'(x)$ - اشارة											
	0.25+0.25	f - متزايدة تماما على $[2; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty; 2]$											
	0.5	جدول تغيرات f <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$-\infty$</td> <td>↗ 1 ↘</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-\infty$
x	$-\infty$	2	$+\infty$										
$f'(x)$	+	0	-										
$f(x)$	$-\infty$	↗ 1 ↘	$-\infty$										

01	0.50+0.50	معادلة المماس $(T): y = 2x - 2$ (3)	
01	0.5	$(1-x)(x-3) = -x^2 + 4x - 3 = f(x)$ -	(4)
	0.25	ب- استنتاج إحداثي نقطتي $x = 1; x = 3$ معناه $f(x) = 0$	
01	0.25	ومنه $(C_f) \cap (xx') = \{A(1;0), B(3;0)\}$	(5)
	0.5	- حل المعادلة $x(4-x) = 0$ معناه $x = 0$ أو $x = 4$ ومنه $f(x) = -3$	
01.5	0.50	- فاصلتا النقطتين من (C_f) اللتين ترتيبهما -3 هما 4 ، 0	(6)
	01+0.50	إنشاء المماس (T) و المنحني (C_f)	
			

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)										
مجموع	مجزأة	التمرين الأول: (06 نقاط)										
التمرين الأول: (06 نقاط)												
01	0.50+0.50	$b \equiv 4[9]$ و $a \equiv 8[9]$ و $b+8 \equiv 3[9]$ (1)										
01	0.50+0.50	التحقق أن العددين b و 103 متوافقان بتردد 9 $103 \equiv b[9]$ و $103 \equiv 4[9]$ (2)										
03	01 0.50+0.50	$103^3 \equiv 1[9]$ و $a \equiv -1[9]$: (أ) $a \equiv -1[9]$ أي $a-9 \equiv 8-9[9]$ و منه $a \equiv 8[9]$ $103^3 \equiv 1[9]$ أي $103^3 \equiv 4^3[9]$ و منه $103 \equiv 4[9]$ (3)										
	0.50+0.25 0.25	$a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]$ (ب) التتحقق أن: $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv (-1)^{2022} + 1^{1443}[9]$ $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]$										
01	0.50+0.50	قيم n حتى يكون $a^{2022} + 103^3 + n \equiv 0[9]$ (4)										
التمرين الثاني (06 نقاط)												
02	0.25x2	- تبيان أن $q^2 + q - 6 = 0$										
	0.25x2 0.50+0.50	$1 + q + q^2 = 7$ تكافئ $3 + 3q + 3q^2 = 21$ $u_0 + u_1 + u_2 = 21$ $q = 2$ تكافئ $q^2 + q - 6 = 0$ (1)										
01	0.5+0.5	حساب u_1 و u_2 $u_1 = 6 \times 2 = 12$ و $u_1 = 3 \times 2 = 6$ (2)										
01.5	0.50+0.50	أ- عبارة الحد العام : $u_n = 3 \times 2^n$ (3)										
	0.50	ب- $n = 5$ أي $3 \times 2^n = 96$ $u_n = 96$ معناه (3)										
01.5	0.75+0.25	$S_n = 3(2^{n+1} - 1)$ (أ) (4)										
	0.50	ب- $n = 4$ أي $3(2^{n+1} - 1) = 93$ معناه $S_n = 93$ (3)										
التمرين الثالث (08 نقاط)												
0.5	0.50	التحقق أن : $(x-2)^2(2x+1) = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$ (1)										
01	0.5+0.5	حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (2)										
01	0.5+0.5	بيان أن: $f'(x) = 6x^2 - 14x + 4 = 2(x-2)(3x-1)$ (3)										
02	01	$f'(x)$ إشارة (أ) <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td> </tr> </table> (4)	x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0
x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$								
$f'(x)$	+	0	-	0								
0.25+0.25	ب- f متزايدة تماما على $[2; \frac{1}{3}]$ ومتناقصة تماما على كل من											

		$[2; +\infty[\cup]-\infty; \frac{1}{3}]$ <p>جدول تغيرات f</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr> <tr> <td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$f\left(\frac{1}{3}\right)$</td><td>$f(2)$</td><td>$+\infty$</td></tr> </table>	x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	$f\left(\frac{1}{3}\right)$	$f(2)$	$+\infty$	
x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$															
$f'(x)$	+	0	-	0	+														
$f(x)$	$-\infty$	$f\left(\frac{1}{3}\right)$	$f(2)$	$+\infty$															
01	0.75+0.25	معادلة المماس $(T): y = 4x + 4$	(5)																
	0.5+0.5	<p>أ- التحقق أن $B\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$ و $A(2; 0)$ يشمل (C_f)</p> $f(2) = 0, \quad f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$																	
02.5	01+0.5	<p>ب- إنشاء (C_f) و (T)</p> 	(6)																