



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

دوره: 2018



وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبية: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

**الموضوع الأول**

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

(1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة  $2^n$  على 5 .

(2) عين العدد الطبيعي  $a$  بحيث يكون:  $2018 = 4a + 2$  .

(3) بين أن العدد:  $5 - 2^{2018} + 2017^8$  يقبل القسمة على 5.

(4) أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $12^n \equiv (-3)^n \equiv 2^n [5]$

ب) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث:  $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$

**التمرين الثاني: (06 نقاط)**

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

$$u_n = n^2 - 1 \quad (1) \quad \text{متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N}$$

ج) ليست رتيبة      ب) متزايدة تماما      أ) متزايدة

$$q = 2 \quad (2) \quad \text{متتالية هندسية حدتها الأولى } v_1 = 3 \quad \text{و أساسها } 2$$

عبارة الحد العام للمتتالية  $(v_n)$  هي:

$$v_n = 2 \times 3^n \quad (ج) \quad v_n = 3 \times 2^{n-1} \quad (ب) \quad v_n = 3 \times 2^n \quad (أ)$$

المجموع  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  يساوي :

$$2(3^n - 1) \quad (ج) \quad (2^n - 1) \quad (ب) \quad 3(2^n - 1) \quad (أ)$$

(3) صندوق به 10 كريات لانفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20، نسحب عشوائيا كرية واحدة.

احتمال الحصول على كرية تحمل عددا مضاعفا لـ 3 هو:

$$\frac{7}{10} \quad (ج)$$

$$\frac{3}{10} \quad (ب)$$

$$\frac{1}{3} \quad (أ)$$



احتمال الحصول على كرية تحمل عددا فرديا ومضاعفا لـ 3 هو:

ج)  $\frac{1}{10}$

ب)  $\frac{3}{10}$

أ)  $\frac{9}{10}$

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x^3 - 3x^2$

و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل من  $+\infty$  و  $-\infty$ .

2) أ) احسب  $(x)' f$  ثم ادرس إشارتها.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين احداثيتها.

4) اكتب معادلة للمستقيم  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5) أ) تحقق من أن النقطة  $O$  (مبدأ المعلم) والنقطة  $A$  ذات الفاصلة 3 هما نقطتي تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

ب) ارسم المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ .

6) حل في  $\mathbb{R}$  بيانيا المترابحة:  $f(x) > 0$ .

7) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $f(x) + 4 = (x+1)(x-2)^2$  ، ثم حل المعادلة  $f(x) = -4$ .

انتهى الموضوع الأول



## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

$a$  و  $b$  عدوان طبيعيان غير معدومين حيث  $a = 4b + 6$ .

(1) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a$  على 4.

(2) بيّن أن  $a$  و  $b$  متواافقان بتردد 3.

(3) نضع  $b = 489$

(أ) تحقق أن  $a \equiv -1[13]$ .

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a^{2018} + 40^{2968}$  على 13.

(ج) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد  $a^{2n} + n + 3$  قابلاً للقسمة على 13.

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

( $u_n$ ) متتالية هندسية حدودها موجبة تماماً، حدتها الأولى  $u_0$  و أساسها  $q$  حيث:

$$u_0 + u_1 = 30 \quad \text{و} \quad u_0 \times u_2 = 576$$

(1) بيّن أن  $u_1 = 24$  ، ثم استنتاج قيمة  $u_0$ .

(2) بيّن أن  $q = 4$  ، ثم اكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n$  ، ثم استنتاج اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ ).

(4) احسب  $4^4$  ، ثم تحقق أن العدد 1536 حد من حدود المتتالية ( $u_n$ ) و عين رتبته.

(5) احسب بدلالة  $n$  المجموع :  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $[-\infty; -1] \cup [-1; +\infty)$  بـ:  $f(x) = 3 - \frac{a}{x+1}$  حيث  $a$  عدد حقيقي.

(C) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(\vec{i}, \vec{j})$ .

I. عين العدد الحقيقي  $a$  بحيث يشمل المنحنى ( $C_f$ ) النقطة  $O$  مبدأ المعلم.



. II. نضع  $a = 3$

(1) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-\infty; -1] \cup [-1; +\infty[$

(أ) احسب نهاية الدالة  $f$  عند كل حد من حدود مجالها تعريفها.

(ب) استنتج معادلتي المستقيمين المقاربين للمنحنى  $(C_f)$ .

(3) (أ) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يختلف عن  $-1$ :

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها.

(4)  $y = 3x + b$  عدد حقيقي، ( $\Delta$ ) مستقيم معادلته

عين العدد  $b$  حتى يكون المستقيم ( $\Delta$ ) مماساً للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة  $2 = -x_0$

(5) ارسم المنحنى  $(C_f)$ .

انتهى الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	جزأة	
01	$4 \times 0.25$	<b>التمرين الأول: (04 نقاط)</b> 1. بوافي قسمة $2^n$ على 5
0.5	0.5	2. العدد الطبيعي $a = 504$
01.50	$3 \times 0.5$	$2^{2018} + 2017^8 - 5 \equiv 4 + 1 - 5 [5]$ .3 يقبل القسمة على 5
01	2×0.25	أ. التحقق $(-3)^n \equiv 2^n [5]$ و $12^n \equiv 2^n [5]$ .4
	0.5	ب. قيم العدد الطبيعي حيث $12^n + (-3)^n - 4 \equiv 0 [5]$ هي
		<b>التمرين الثاني: (07 نقاط)</b>
01.5	0.75x2	الاقتراح الصحيح الوحيد، مع التبرير: $u_n = n^2 - 1$ ممتالية عدديّة معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $(u_n)$ -1 متزايدة تماماً :*
02.5	0.75x2	2 ممتالية هندسية حدها الأول $v_1 = 3$ و أساسها $q = 2$ *عبارة الحد العام للممتالية $(v_n)$ هي:
	2x0.5	*مجموع $v_1 + v_2 + \dots + v_n$ يساوي :
03	2x0.75	3 صندوق به 10 كرات لانفرق بينها عند اللمس مرقمة من 11 إلى 20 ، نسحب عشوائياً كرة واحدة احتمال الحصول على كرة تحمل عددا مضاعف لـ 3 هو: $\frac{3}{10}$ بـ -
	2x0.75	*احتمال الحصول على كرة تحمل عددا فرديا ومضاعف لـ 3 هو: $\frac{1}{10}$ جـ -
	0.5x2	<b>التمرين الثالث: (09 نقاط)</b>
01		$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ -1
3.25	0.75 01	أ. دراسة الإشارة $f'(x) = 3x^2 - 6x$
	0.75 0.75	ب. اتجاه تغير الدالة جدول تغيراتها
0.5	0.5	3 - نقطة الانعطاف $w(1; -2)$

<b>0.75</b>	0.75	$y = -3x + 1$ - معادلة المماس 4
<b>02</b>	$0.5x^2$ 1	$f(3) = 0, f(0) = 0$ (أ) - 5 ب. الإنشاء
<b>0.5</b>	0.5	]3; +∞[ - حلول المراجحة : 6
<b>01</b>	0.5 0.5	$f(x) + 4 = (x+1)(x-2)^2$ - 7 حلول المعادلة هي -1 و 2

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
1	1	التمرин الأول: (06 نقاط) <p>. <math>a = 4q + 2</math> (1) حيث <math>q = b + 1</math> ومنه باقي قسمة <math>a</math> على 4 هو 2.</p>
0.5	0.5	<p>. <math>a - b = 3k</math> (2) حيث <math>k = b + 2</math> ومنه <math>a - b</math> مضاعف للعدد 3.</p>
4.5	0.5×3 1 1 0.5 0.5	<p>. <math>a \equiv -1 \pmod{13}</math> ومنه <math>a + 1 \equiv 0 \pmod{13}</math> و <math>a = 1962</math> (أ) (3)</p> <p><math>a^{2018} \equiv 1 \pmod{13}</math> (ب)</p> <p><math>40^{2968} \equiv 1 \pmod{13}</math></p> <p><math>a^{2018} + 40^{2968} \equiv 2 \pmod{13}</math> ومنه</p> <p>ج) <math>n \equiv 9 \pmod{13}</math> ومنه <math>a^{2n} \equiv 1 \pmod{13}</math> حيث <math>a^{2n} + n + 3 \equiv 0 \pmod{13}</math></p> <p>و عليه <math>n = 13k' + 9</math> حيث <math>k'</math> عدد طبيعي.</p>
1.5	01 0.50	التمرين الثاني: (06 نقاط) <p>. <math>u_1 = 24</math> <math>u_1^2 = u_0 \times u_2 = 576</math> (1)</p> <p>. <math>u_0 = 6</math> <math>u_0 + u_1 = 30</math></p>
2	0.5 1 0.5	<p><math>u_1 = u_0 \times q</math> (2)</p> <p><math>q = 4</math> و منه</p> <p>. <math>u_n = 6 \times 4^n</math>, <math>n</math> من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math>.</p>
0.5	0.5	<p>. <math>u_{n+1} - u_n = 18 \times 4^n</math> (3)</p>
1.5	0.5×3	<p>. <math>u_n = 1536</math> إذن <math>n = 4</math> ومنه <math>u_n = 1536</math>, <math>4^4 = 256</math> (4)</p>
0.5	0.5	<p><math>s_n = 8(4^n - 1)</math> (5)</p>
01	01	التمرين الثالث: (08 نقاط) <p>. <math>a = 3</math> .I</p>
01	01	<p>.II</p> <p><math>f(x) = \frac{3x}{x+1}</math> (1)</p>

01	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ (أ) (2)												
01	$\lim_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \xrightarrow{<} -1} f(x) = +\infty$ ب) معادلتا مستقيمين مقاربين .												
02	$f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$ (أ) (3)												
0.5	ب) متزايدة تماما على كل من المجالين $[-\infty; -1]$ و $[-1; +\infty]$ .												
0.5	جدول التغيرات :												
02	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th><math>x</math></th> <th><math>-\infty</math></th> <th><math>-1</math></th> <th><math>+\infty</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>3</td> <td><math>\nearrow +\infty</math></td> <td><math>\nearrow 3</math></td> </tr> </tbody> </table>	$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$	$f'(x)$	+		+	$f(x)$	3	$\nearrow +\infty$	$\nearrow 3$
$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$										
$f'(x)$	+		+										
$f(x)$	3	$\nearrow +\infty$	$\nearrow 3$										
01	$b = 2f'(-2) + f(-2) = 12$ (4)												
01	(5) الرسم :												
01													
01													

ملاحظة : تقبل كل الإجابات الصحيحة الأخرى