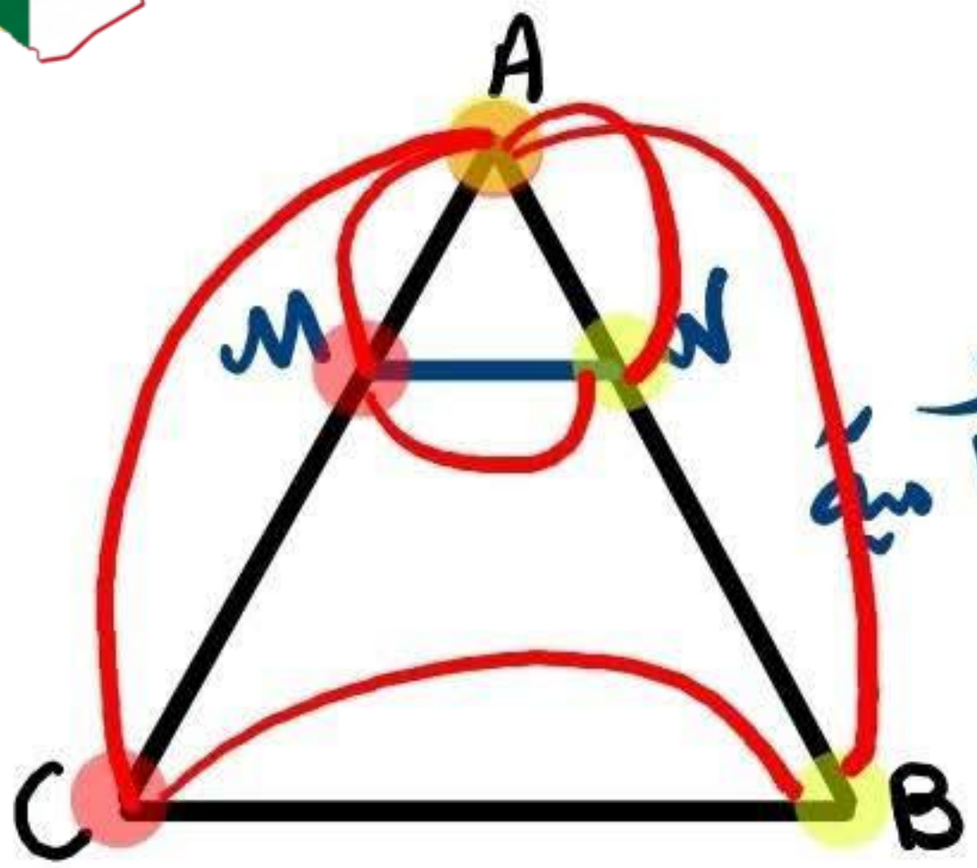
تناسبية الأطوال : الدرس



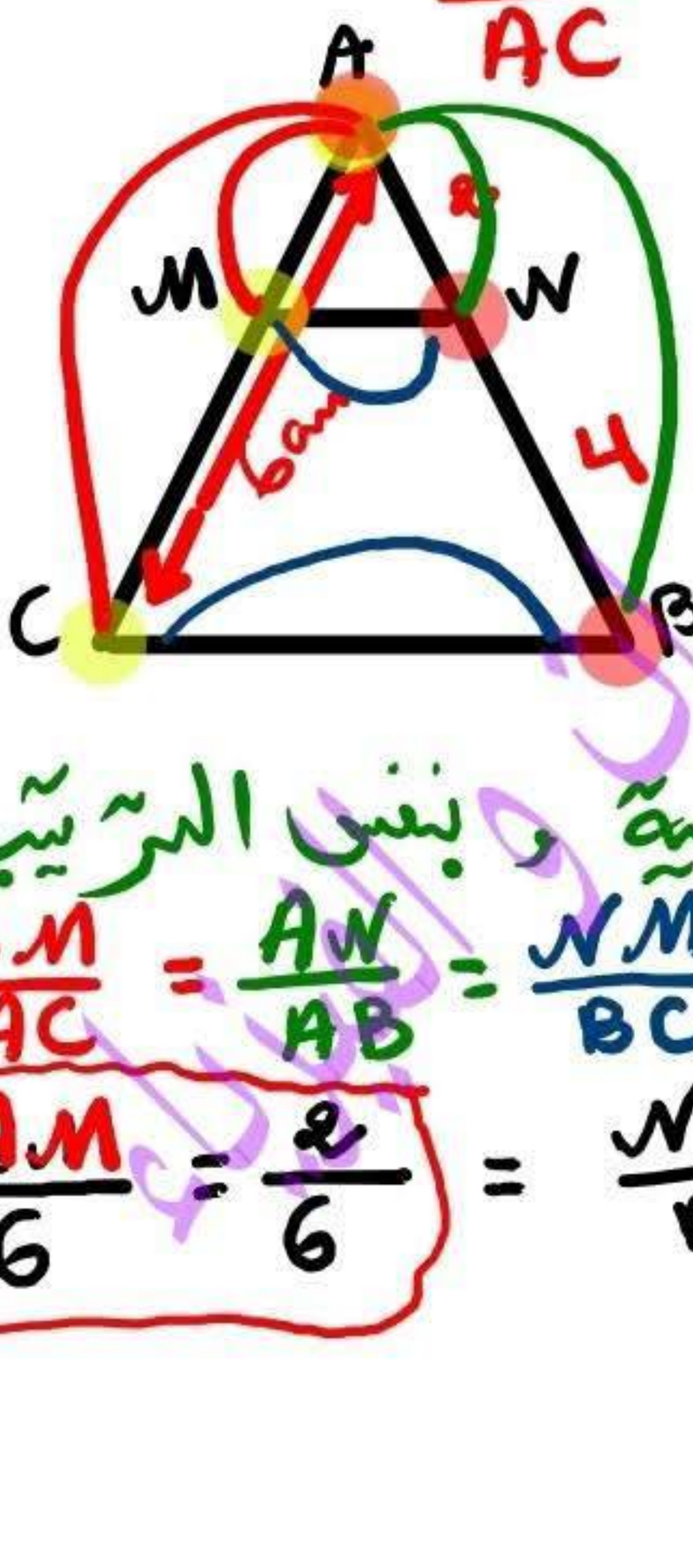
لحساب الأطوال

1/ (MN) // (BC)

2/ لدينا النقاط C ، M ، A و النقاط B ، N ، A على إستقامية و بنفس الترتيب

و منه حسب خاصية طالس نجد

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{BC}$$



مثال 2 :

(MN) // (BC)

أحسب الطول AM

الحل :

- لدينا (MN) // (BC)
- لدينا النقاط C ، M ، A و النقاط B ، N ، A على إستقامية و بنفس الترتيب

و منه حسب خاصية طالس نجد

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{NM}{BC}$$

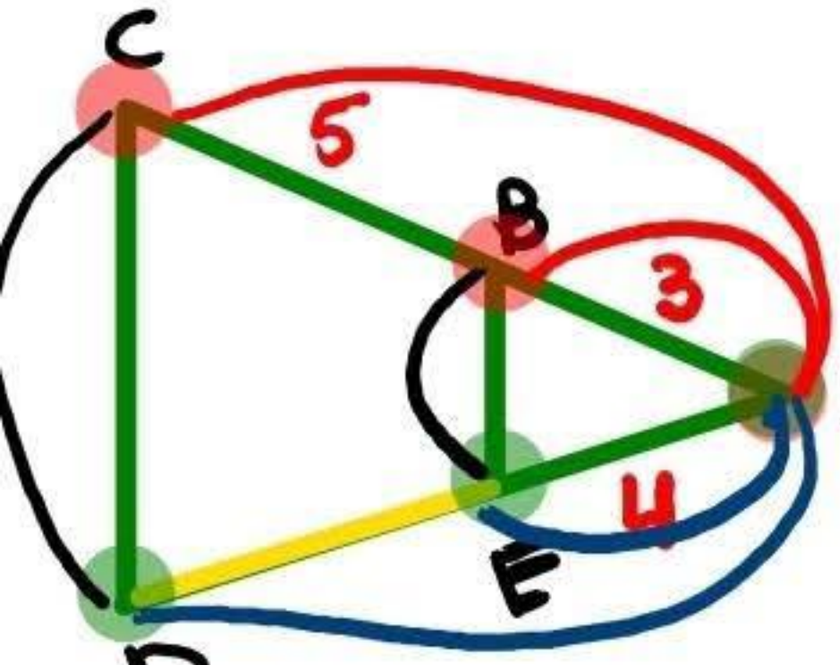
$$\frac{AM}{6} = \frac{2}{6} = \frac{NM}{BC}$$

$$\frac{AM}{6} = \frac{2}{6}$$

$$AM \times 6 = 2 \times 6$$

$$AM \times 6 = 12$$

$$AM = \frac{12}{6} = 2\ Cm$$



مثال 2:

$(CD) // (BE)$

أحسب الطول DE ؟

الحل:

- لدينا $(BE) // (CD)$

- المستقيمان (AC) و (AD) يقطعهما المستقيمان المتوازيان (CD) و (BE) في النقاط A، B، C والنقاط A، E، D على الترتيب وبنفس الترتيب ومنه حسب خاصية طالس نجد

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{4}{AD}$$

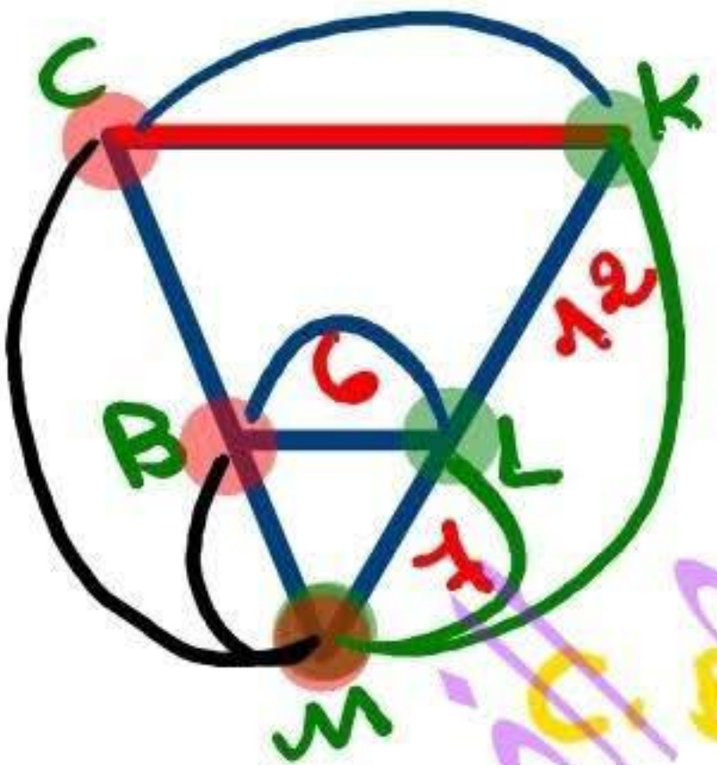
$$\frac{3}{8} = \frac{4}{AD} = \frac{BE}{CD}$$

$$AD \times 3 = 4 \times 8$$

$$AD \times 3 = 32$$

$$AD = \frac{32}{3} = 10,66 \text{ cm}$$

$$DE = AD - AE = 10,66 - 4 = 6,66 \text{ cm}$$



مثال 3:

$(CK) // (BL)$

أحسب الطول CK

الحل:

- لدينا $(BL) // (CK)$

- المستقيمان (MC) و (MK) يقطعهما المستقيمان المتوازيان (CK) و (BL) في النقاط M، B، C والنقاط M، L، K على الترتيب وبنفس الترتيب ومنه حسب خاصية طالس:

$$\frac{ML}{MK} = \frac{MB}{MC} = \frac{BL}{CK}$$

$$\frac{7}{19} = \frac{MB}{MC} = \frac{6}{CK}$$

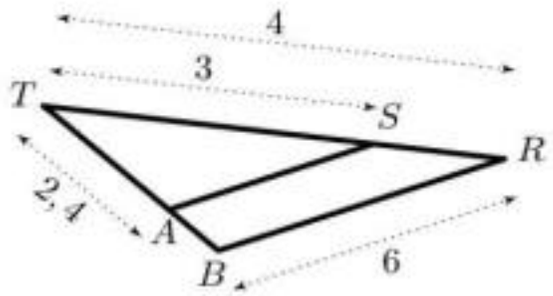
$$\frac{7}{19} = \frac{6}{CK}$$

$$CK \times 7 = 19 \times 6$$

$$CK \times 7 = 114$$

$$CK = \frac{114}{7} = 16,2$$

تمرين 2 : وحدة الطول هي السنتيمتر.
المستقيمان (AS) و (BR) متوازيان.
احسب AS و TB .



- حساب AS
- لدينا (AS)//(BR)
- لدينا النقط T، A، B والنقط T، S، R على استقامة، وبنفس الترتيب ومنه حسب خاصية تناسبية الأطوال

$$\frac{TA}{TB}=\frac{TS}{TR}=\frac{AS}{BR}$$

$$\frac{2,4}{TB}=\frac{3}{4}=\frac{AS}{6}$$

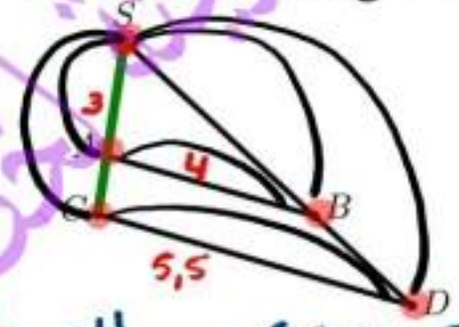
$$\frac{3}{4}=\frac{AS}{6} \Rightarrow AS\times 4=6\times 3 \Rightarrow AS\times 4=18$$

$$AS=\frac{18}{4}=4,5\ cm$$

$$\frac{2,4}{TB}=\frac{3}{4} \Rightarrow TB\times 3=4\times 2,4 \Rightarrow TB\times 3=9,6$$

$$TB=\frac{9,6}{3}=3,2\ cm$$

تمرين 3 : وحدة الطول هي السنتيمتر. المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان، $SA=3cm$ ، $AB=4cm$ ، $CD=5,5cm$.
احسب SC مع تدوير النتيجة إلى المليمتر.



حساب SC

- (AB)//(CD)
- لدينا النقط S، A، C والنقط S، B، D على استقامة وبنفس الترتيب ومنه حسب خاصية تناسبية الأطوال

$$\frac{SA}{SC}=\frac{SB}{SD}=\frac{AB}{CD}$$

$$\frac{3}{SC}=\frac{SB}{SD}=\frac{4}{5,5}$$

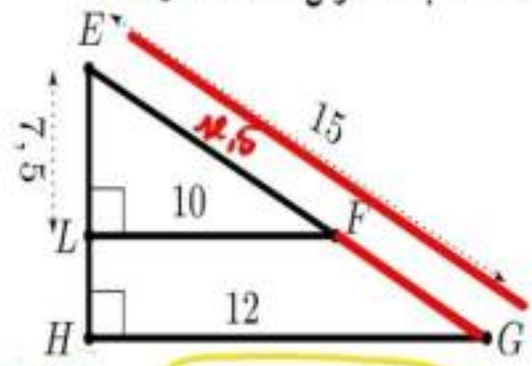
$$\frac{3}{SC}=\frac{4}{5,5} \Rightarrow SC\times 4=5,5\times 3$$

$$SC\times 4=16,5 \Rightarrow SC=\frac{16,5}{4}=4,125\ cm$$

$$=41\ mm$$

تمرين 5 :

(1) بيّن أنّ المستقيمين (LF) و (HG) متوازيان.
(2) احسب الأطوال EH، EF و FG .



حل

لدينا (EH)⊥(HG) و (EH)⊥(LF)
ومنه (LF)//(HG)
حساب الأطوال EH، EF، FG
لدينا: (LF)//(HG)
النقط E، L، H والنقط E، F، G على استقامة، وبنفس الترتيب ومنه حسب خاصية تناسبية الأطوال

$$\frac{EL}{EH}=\frac{EF}{EG}=\frac{LF}{HG} \Rightarrow \frac{7,5}{EH}=\frac{EF}{15}=\frac{10}{12}$$

$$\frac{7,5}{EH}=\frac{10}{12} \Rightarrow EH\times 10=12\times 7,5 \Rightarrow EH\times 10=90$$

$$EH=\frac{90}{10}=9\ cm$$

$$\frac{EF}{15}=\frac{10}{12} \Rightarrow EF\times 12=10\times 15 \Rightarrow EF\times 12=150$$

$$EF=\frac{150}{12}=12,5\ cm$$

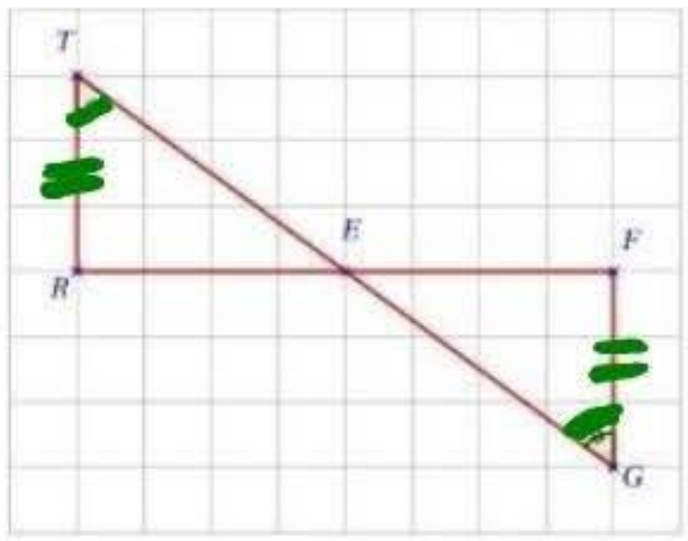
$$FG=EG-EF=15-12,5=2,5\ cm$$

الأستاذ بوعزيز عبد الرضا

التمرين السادس

إليك الشكل المرافق.

أثبت أن المثلثين EFG و ERT متقايسان.



- المثلثان ERT و EFG قائمان

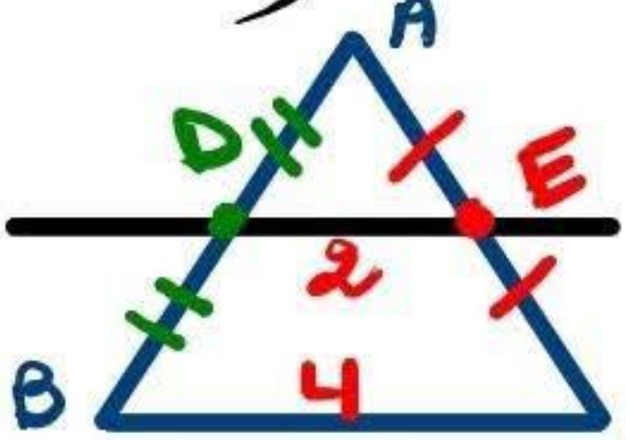
TR = FG

$R\hat{T}E = F\hat{G}F$ (زاوية حادة)

ومنه المثلثان متقايسان حسب حالة (يقايس مثلثان قائمان إذا تقايس فيهما ضلعان وزاوية حادة)

مستقيم المنتصفين

- الحالة 1: في مثلث إذا شمل مستقيم منتصفي ضلعين فإنه يوازي الضلع الثالث و

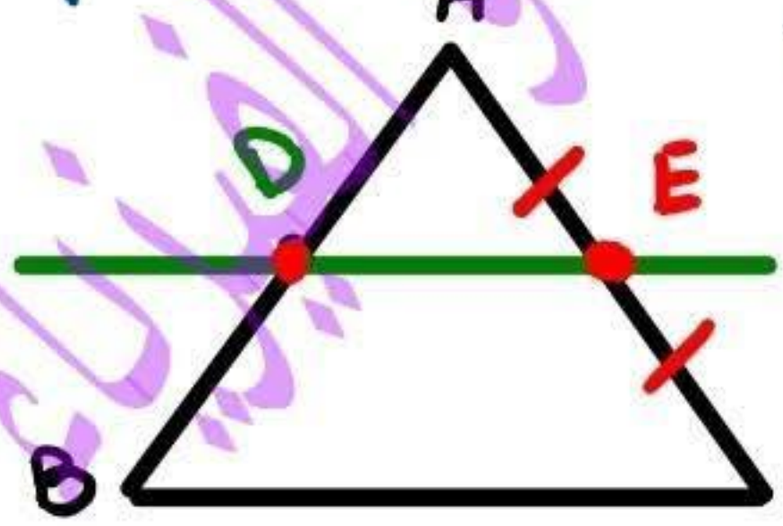


(DE) // (BC)

$DE = \frac{1}{2} BC$

سمل هذه الخاصية في حساب الأطوال أو البرهان على التوازي

* الخاصية العكسية: في مثلث إذا شمل مستقيم منصف الضلع الأول و يوازي الضلع الثاني فإن المستقيم يشمل منصف الضلع الثالث

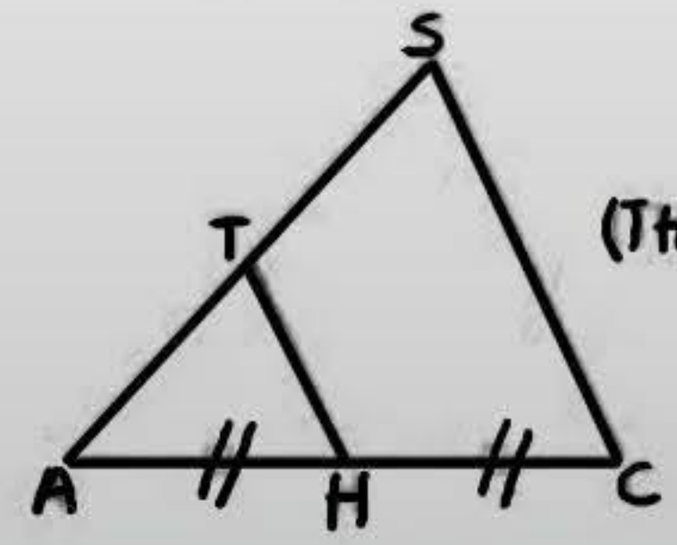


* [AC] يشمل منصف E
* (ED) // (BC)
* إذن (ED) يشمل منصف (AD)

أي أن D هي منصف (AD)

(سمل هذه الخاصية في البرهان أن نثبته هي منصف ضلع)

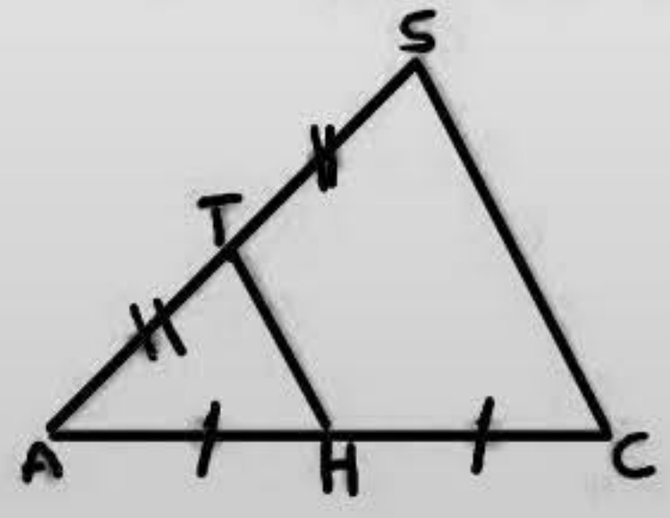
2 بين أنّ T منتصف الضلع [AS].



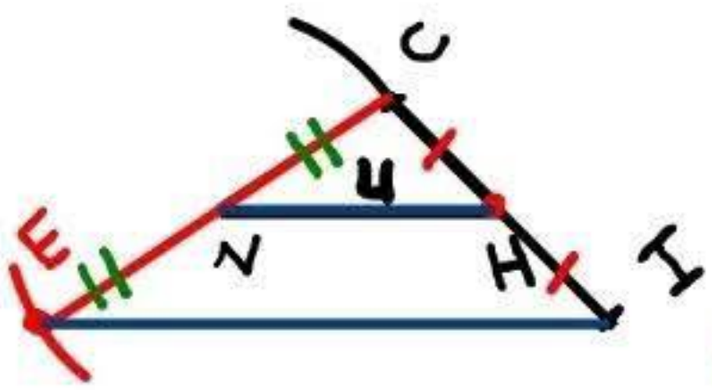
(TH)//(SC)

- لدينا (TH) يشمل النقطة H وهي منتصف [AC]
و (SC)//(TH)
و منه حسب الخاصية العكسية لمنتصفين فإن (TH) يشمل النقطة T و هي منتصف [AS]

3 بين أنّ (TH) و (CS) متوازيين.



بما أن T منتصف الضلع [AS]
و H منتصف القطعة [AC]
فإنه حسب خاصية مستقيم المنتصفين (TH)//(SC)



5 أرسم المثلث CHN حيث: CH= 2,3cm و CN= 3cm و NH= 4cm.
- عين النقطة I نظيرة النقطة C بالنسبة إلى H
- عين النقطة E نظيرة النقطة C بالنسبة إلى N

1. بيّن أن الضلعين (IE) و (NH) متوازيين.
2. أحسب طول IE

- البرهان أن (IE)//(NH)
- H هي منتصف [CI] و N هي منتصف [CE]
و منه حسب خاصية مستقيم المنتصفين فإن (NH)//(IE)

حساب IE

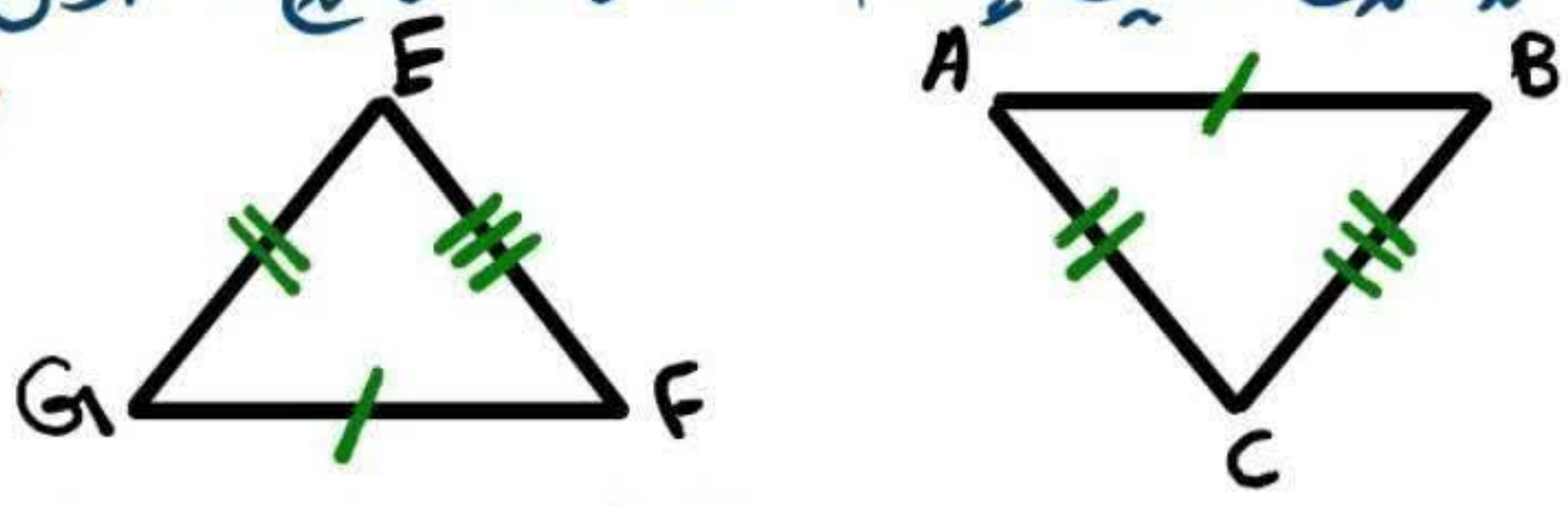
بما أن المستقيم (HN) هو مستقيم المنتصفين
فإنه $HN = \frac{1}{2} IE$

$IE = 2 HN$

$IE = 2 \times 4 = 8cm$

- حالات تقايس المثلثات

1- تقايس مثلثين إذا تقايست جميع أطوال أضلاعهما



$AB = GF$
$BC = EF$
$AC = EG$

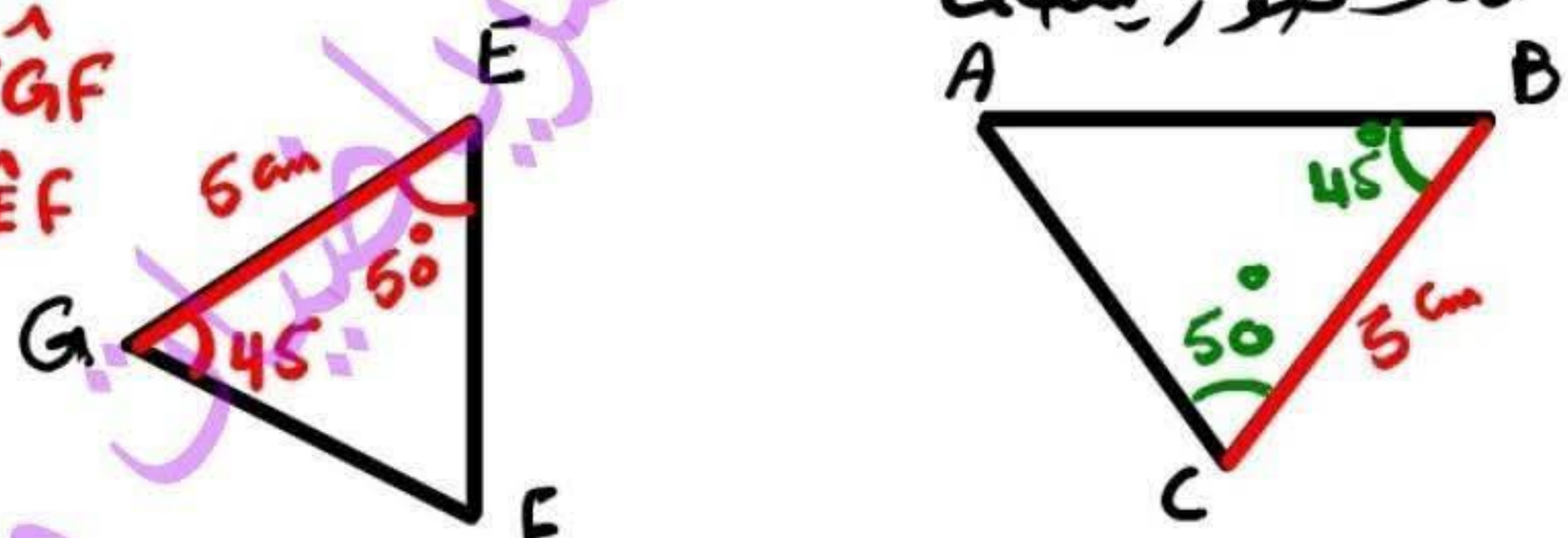
ومنه المثلث ABC والمثلث EFG متقايسان

2- تقايس مثلثان إذا تقايس ضلعان والزاوية المحصورة بينهما

$AB = GE$
$BC = GF$
$A\hat{B}C = E\hat{G}F$

ومنه نتج أن المثلثان ABC و EFG متقايسان

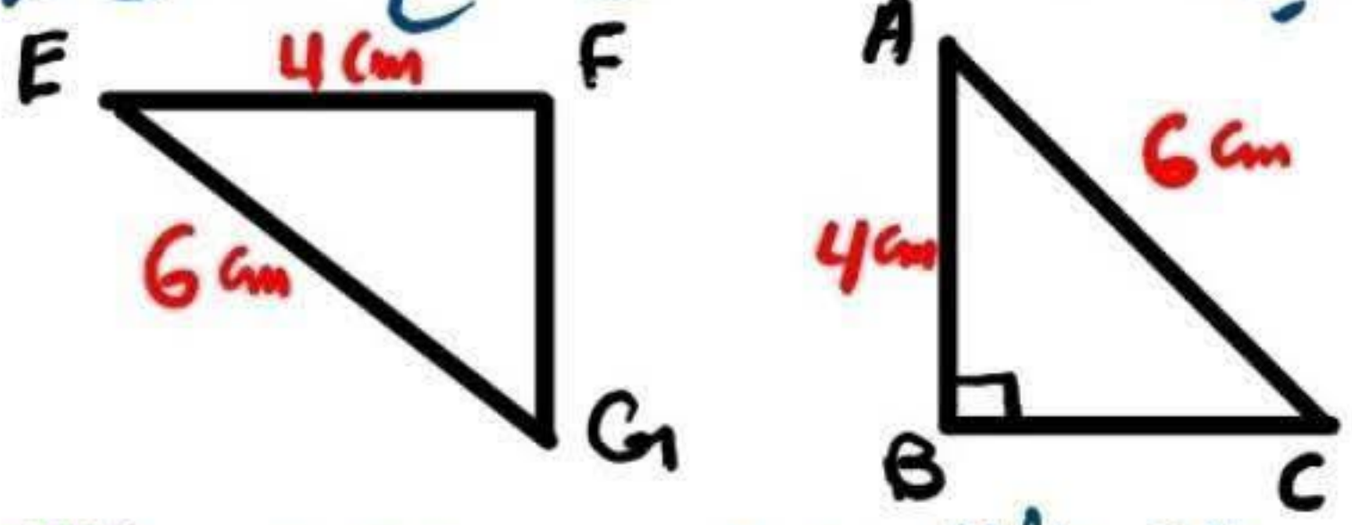
3- تقايس مثلثان إذا تقايس زاويتان والضلع المحصور بينهما



$A\hat{B}C = E\hat{G}F$
$A\hat{C}B = G\hat{E}F$
$BC = EG$

ومنه نتج أن المثلثين ABC و EFG متقايسين

حالة خاصة (في المثلث القائم): تقايس مثلثان قائمان إذا تقايس فيهما ضلعان أو ضلع و الزاوية الحادة

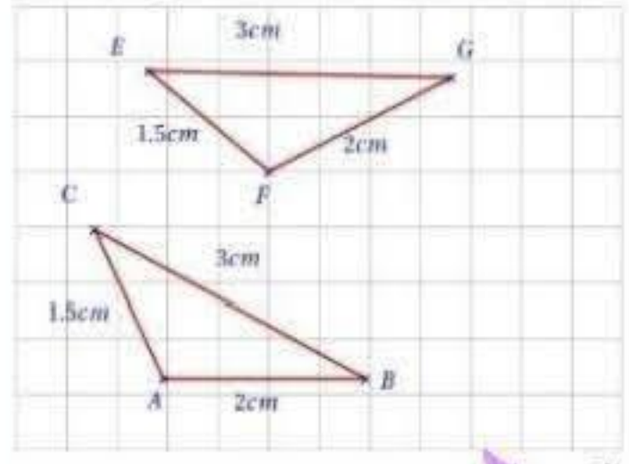


$AB = EF$
$AC = EG$

ومنه نتج أن المثلثين ABC و EFG متقايسان

التمرين الاول

برّر تقايس المثلثين ABC و EFG في كل حالة مما يأتي:

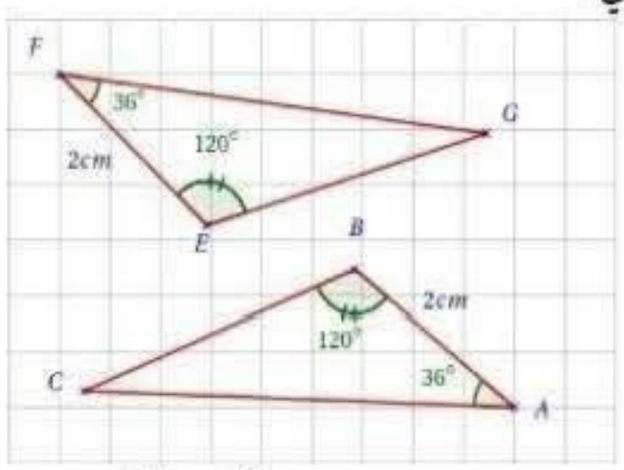


الحالة 1

$EF = CA$

$EG = CB$

$FG = AB$

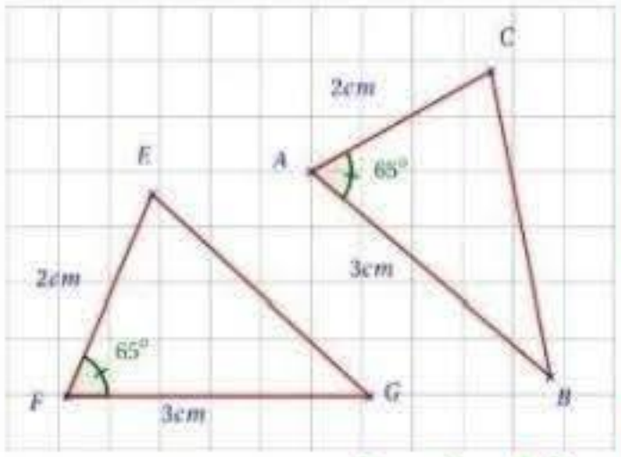


الحالة 2

$\widehat{FEG} = \widehat{CBA}$

$\widehat{GFE} = \widehat{BAC}$

$FE = BA$



الحالة 3

$AC = EF$

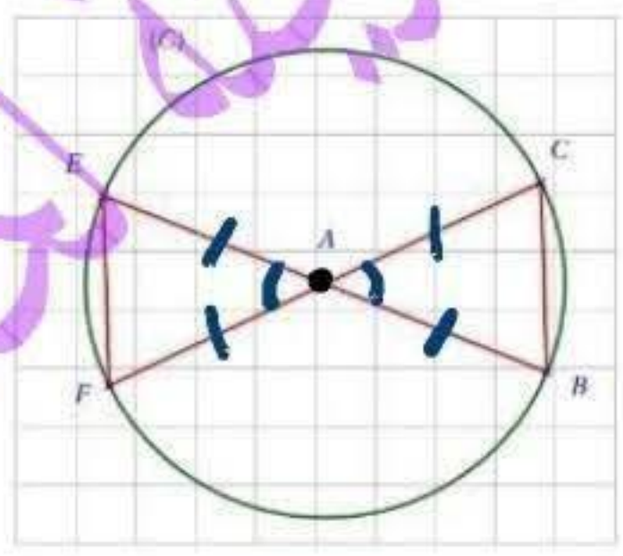
$AB = FG$

$\widehat{CAB} = \widehat{EFG}$

التمرين الثاني

إليك الشكل المقابل.

ضع التشفير المناسب على الشكل. ثم برهن أن المثلثين ABC و AEF متقايسان.



- البرهان أن المثلثين ABC و EAF متقايسان

لدينا: $AC = AF$

و $AB = AE$

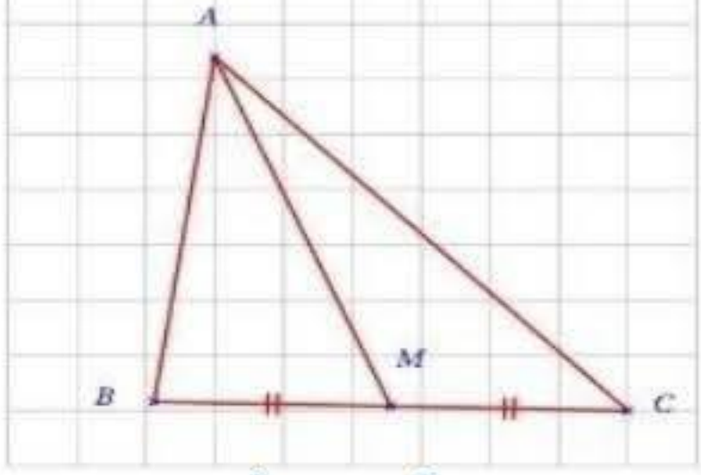
$\widehat{CAB} = \widehat{EAF}$ (متقابلتان بالرأس)

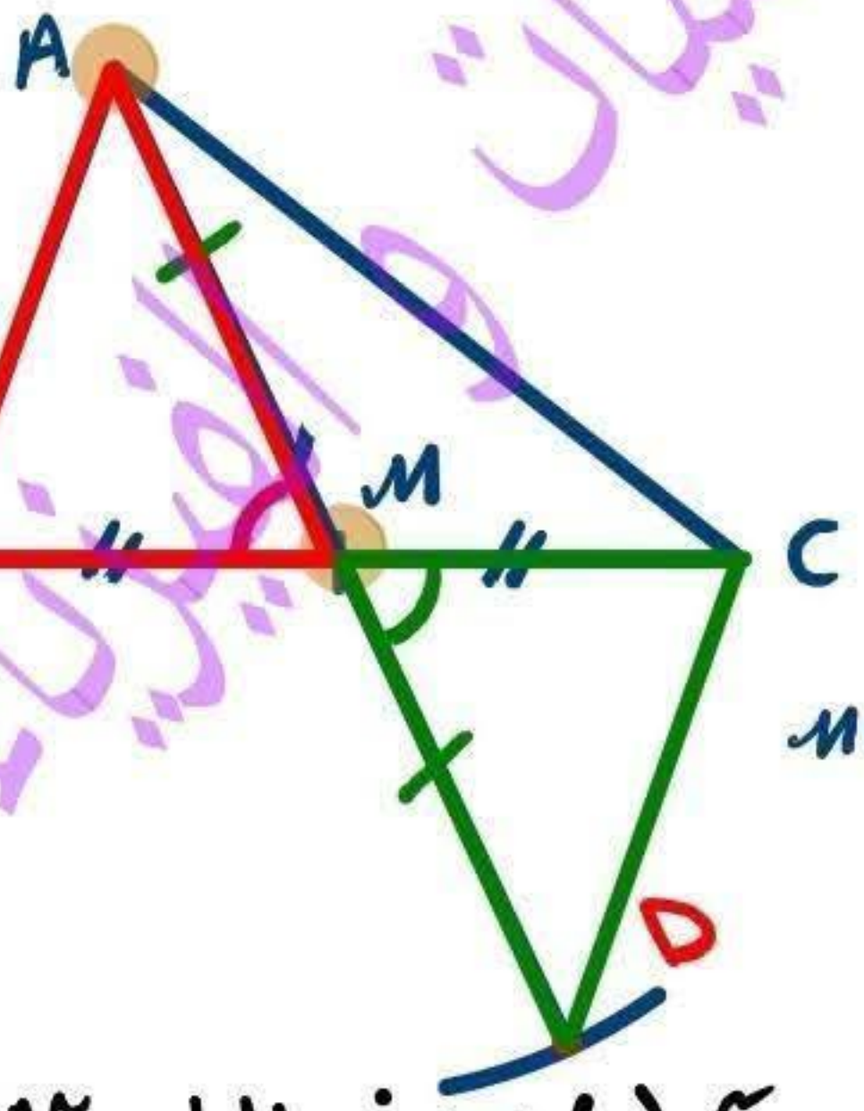
فإن المثلثان AEF, ABC متقايسان حسب حالة تقايس المثلثات (ضلعان والزاوية المحصورة بينهما)

التمرين الثالث

ABC مثلث، M منتصف $[BC]$.

1. أنشئ النقطة D نظيرة النقطة A بالنسبة إلى M.
2. برهن أن المثلثين AMB و MCD متقايسان.





- البرهان أن المثلثين AMB, MCD متقايسان

لدينا $AM = MD$ ، $BM = MC$

$\widehat{AMB} = \widehat{CMD}$ (متقابلتان بالرأس)

ومنه هما متقايسان حسب حالة (ضلعان والزاوية المحصورة بينهما)

الأعداد الناطقة

- هو كل قسمة عدد نسبي على عدد نسبي غير معدوم وتكتب $\frac{a}{b}$ أو $\frac{a}{-b}$ أو $\frac{-a}{b}$ أو $\frac{-a}{-b}$ حيث $b \neq 0$

1- تعيين مقلوب عدد غير معدوم

- مقلوب 9 هو $\frac{1}{9}$ مثل مقلوب 5 هو $\frac{1}{5}$
- مقلوب -3 هو $\frac{1}{-3}$ أي $\frac{-1}{3}$
- مقلوب $\frac{3}{4}$ هو $\frac{4}{3}$ ، مقلوب $\frac{-2}{7}$ هو $\frac{7}{-2}$ أو $\frac{-7}{2}$
- مقلوب $-0,5$ هو $\frac{1}{-0,5}$ أو $\frac{-1}{0,5}$ أي $\frac{-3}{3}$
- مقلوب $\frac{1}{5}$ هو $\frac{5}{1}$ أي 5

مقارنة كسرين ($=$ أو $>$ أو $<$)

1- إذا كان لهما نفس المقام: يكون الكسر الذي بسطه أكبر هو الكسر الأكبر

$\frac{18}{6} < \frac{20}{6}$ ، $\frac{-7}{4} < \frac{-2}{4}$ ، $\frac{5}{7} > \frac{-3}{7}$

$\frac{-2}{-3} > \frac{-10}{-3}$

2- إذا كان لهما نفس البسط يكون: الكسر الذي مقامه أكبر هو الكسر الأصغر

$\frac{5}{3} > \frac{5}{7}$ ، $\frac{10}{8} > \frac{10}{8}$ ، $\frac{13}{21} < \frac{13}{18}$

3- إذا كان مختلفان في البسط والمقام: يجب توحيد المقامات

$\frac{5}{3} \frac{18}{9} \Rightarrow \frac{5\times3}{3\times3} \frac{19}{9}$

$\frac{15}{9} < \frac{18}{9}$ ، $\frac{2}{7} \frac{3}{21} \Rightarrow \frac{6}{21} > \frac{3}{21}$

$\frac{2\times3}{7\times3} = \frac{6}{21}$

$\frac{3}{7} < \frac{5}{4} = \frac{3\times4}{7\times4}$ $\frac{5\times7}{4\times7} = \frac{12}{28} < \frac{35}{28}$

$\frac{17}{9} > \frac{11}{12} \Rightarrow \frac{17\times12}{9\times12}$ $\frac{11\times9}{12\times9} \Rightarrow \frac{204}{108} > \frac{99}{108}$

جمع و طرح الكسور

- لجمع أو طرح كسرين لهما نفس المقام نجمع البسطين و نحتفظ بالمقام

$$\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{2+3}{4} = \frac{5}{4}$$

لجمع أو طرح كسرين أرد توحد المقامات

$$\frac{4}{7} + \frac{3}{14} = \frac{4\times2}{7\times2} + \frac{3}{14} = \frac{8}{14} + \frac{3}{14} = \frac{8+3}{14} = \frac{11}{14}$$

$$\frac{3}{7} + \frac{7}{9} = \frac{3\times9}{7\times9} + \frac{7\times7}{9\times7} = \frac{27}{63} + \frac{49}{63}$$

$$\frac{27+49}{63} = \frac{76}{63}$$

- الضرب: البسط في البسط و المقام في المقام

$$\frac{(-7)}{5} \times \frac{(-3)}{2} = \frac{-7\times-3}{5\times2} = \frac{+21}{10}$$

$$\frac{-4}{21} \times \frac{3}{17} = \frac{(-4)\times3}{21\times17} = \frac{-12}{357}$$

- قسمة كسرين: نقوم بضرب الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني

$$\frac{6}{7} \div \frac{3}{8} = \frac{5}{7} \times \frac{8}{3} = \frac{5\times8}{7\times3} = \frac{40}{21}$$

$$\frac{-12}{11} \div \frac{-8}{7} = \frac{-12}{11} \times \frac{7}{-8} = \frac{-12\times7}{11\times-8} = \frac{-84}{-88} = \frac{84}{88}$$

الاختزال : هو قسمة البسط و المقام على نفس العدد بحيث يقبلان القسمة على نفس العدد

$\frac{15}{10} = \frac{15:5}{10:5} = \frac{3}{2}$ ، $\frac{18}{36} = \frac{18\div 2}{36\div 2} = \frac{9}{18}$

$\frac{9\div 9}{18\div 9} = \frac{1}{2}$

■ أُنقل وأكمل الجدول التالي :

العدد x	$\frac{9}{61}$	$\frac{1}{5,7}$	$+14$
مقلوب x	$\frac{61}{9}$	$-5,7$	$\frac{1}{14}$
معاكس x	$\frac{-9}{61}$	$\frac{+1}{5,7}$	-14

■ قارن بين كل عددين ناطقين، بتوحيد المقام :

$\frac{8}{7}$ و $\frac{7}{8}$; $-\frac{8}{0,1962}$ و $-\frac{8}{1,2}$; $\frac{-9,72}{3}$ و $-\frac{4,1}{12}$

$\frac{18,144}{16,156224}$ و $\frac{90}{80,14}$; $\frac{6,33}{2,9028}$ و $\frac{31,65}{14,514}$

$\frac{8}{7} > \frac{7}{8} \Rightarrow \frac{8\times 8}{7\times 8}$ ، $\frac{7\times 7}{8\times 7} \Rightarrow \frac{64}{56} > \frac{49}{56}$

$-\frac{8}{0,1962} < -\frac{8}{1,2} \Rightarrow -\frac{8\times 1,2}{0,1962\times 1,2}$ ، $-\frac{8\times 0,1962}{1,2\times 0,1962}$

$-\frac{9,6}{0,23544} < -\frac{1,5696}{0,23544}$

$\frac{-9,72}{3} < -\frac{4,1}{12} \Rightarrow -\frac{9,72\times 4}{3\times 4}$ ، $-\frac{4,1}{12}$

$-\frac{38,88}{12} < -\frac{4,1}{12}$

$\frac{6,33}{2,9028} = \frac{31,65}{14,514} \Rightarrow \frac{6,33\times 14,514}{2,9028\times 14,514}$ ، $\frac{31,65\times 2,9028}{14,514\times 2,9028}$

$\frac{91,87362}{42,1312} = \frac{91,87362}{42,1312}$

الأستاذ بوصلاية صالح

الأعداد النسبية

د/ الأستاذ لوكيلة لخضر

ضرب وقسمة الأعداد النسبية

- جداء عددين نسبيين أو قسمة عددين نسبيين لهما نفس الإشارة يكون دائما موجبا

$(-4) \times (-3) = (+12)$

$(-20) \div (-5) = (+4)$

$(+7) \times (+3) = (+21)$

$(-42) \div (-6) = (+7)$

- جداء عددين نسبيين أو قسمة عددين نسبيين مختلفين في الإشارة يكون دائما سالبا

$(-3) \times (+2) = (-6)$

$(+8) \div (-2) = (-4)$

$(+3,1) \times (-5,2) = (-16,12)$

$(-17,5) \div (+8,5) = (-2,05)$

Dztests

الأعداد النسبية

د/ الأستاذ رمضان رمضاني

ضرب وقسمة الأعداد النسبية

- جداء عددين نسبيين أو قسمة عددين نسبين لهما نفس الإشارة يكون دائما موجبا

$(-4) \times (-3) = (+12)$

$(-20) \div (-5) = (+4)$

$(+7) \times (+3) = (+21)$

$(-42) \div (-6) = (+7)$

- جداء عددين نسبين أو قسمة عددين نسبين مختلفين في الإشارة يكون دائما سالبا

$(-3) \times (+2) = (-6)$

$(+8) \div (-2) = (-4)$

$(+3,1) \times (-5,2) = (-16,12)$

$(-17,5) \div (+8,5) = (-2,05)$

صفحة الأستاذ رمضان رمضاني لخدمتكم

2-/ مربع عدد نسبي

مربع عدد نسبي دائما موجب

$(+4)^2=(+4)\times(+4)=(+16)$ ، $(-4)^2=(-4)\times(-4)=(+16)$

$(-7)^2=(-7)\times(-7)=(+49)$ $(+7)^2=(+7)\times(+7)=(+49)$

3-/ جداء وقسمة عدة أعداد نسبية

P- يكون جداء أو قسمة عدة عوامل نسبية موجبا إذا كان عدد العوامل السالبة زوجيا (...10، 8، 6، 4، 2)

ب- يكون جداء أو قسمة عدة عوامل نسبية سالبا إذا كان عدد العوامل السالبة فرديا (...، 11، 9، 7، 5، 3، 1)

أمثلة

$A=(-2)\times(-3)\times(+1)\times(-4)\times(-5)=(+120)$

$B=(-1)\times(-3)\times(-2)\times(+1)\times(+3)=(-18)$

$C=(-3)\times(+1)\times(-2)\times(-3)=(-18)$

$D=(-40)\div(-2)\div(+5)\div(+1)=(+4)$

$F=(+100)\div(+2)\div(-5)\div(-1)\div(-10)=(-1)$

$F=(+2)\times(-3)\div(-2)\times(+4)\div(-12)=(-1)$

$G=(-7)\times(-2)\times(-2)\div(-2)=(+14)$

الأستاذ نوفل الصالح

(-1) × (+5) = (-5)
(-1) × (-4) = (+4)
(+1) × (-4) = (-4)
(-1) × (+1) = (-1)
(-1) × 0 = 0
(-2,3) × (-1) = (+2,3)

التمرين 01

أحسب الجداءات الآتية :

أ. $(-1) \times (+5)$	د. $(-1) \times (+1)$
ب. $(-1) \times (-4)$	هـ. $(-1) \times 0$
ج. $(+1) \times (-4)$	و. $(-2,3) \times (-1)$

7 × (-3) = (-21)
(-6) × (-4) = (+24)
8 × (-4) = (-32)
(-9) × (-3) = (+27)
(-2) × 3 = (-6)
6 × (-5) = -30

التمرين 02

أحسب الجداءات الآتية :

أ. $(7) \times (-3)$	د. $(-9) \times (-3)$
ب. $(-6) \times (-4)$	هـ. $3 \times (-2)$
ج. $8 \times (-4)$	و. $6 \times (-5)$

A = (-4) × (+0,17) × (-25)
A = (+17)
B = (-0,04) × (-4) (+5)
× (-0,01)
B = (-0,008)

التمرين 05

حدد إشارتي العبارتين A و B الآتيتين ثم أنجز الحسابات

$$A = (-4) \times (+0,17) \times (-25)$$

$$B = (-0,04) \times (-4)(+5) \times (-0,01)$$

بوعلاونة لخضر للرياضيات