MATH HAMZA

# 3 الحساب الحرفي

## المتطابقات الشهيرة

$a$ و $b$ عددان حقيقيان، تسمى المساويات التالية بالمتطابقات الشهيرة:

- مربع مجموع: $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- مربع فرق: $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- جداء مجموع حدين وفرقهما: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

### أمثلة

مربع مجموع:

$$(x+1)^2 = x^2 + 1^2 + 2 \times 1 \times x = x^2 + 2x + 1$$

$$101^2 = (100+1)^2 = 100^2 + 1^2 + 2 \times 100 \times 1$$

$$= 10000 + 1 + 200 = 10201$$

مربع فرق:

$$(x-2)^2 = x^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times x$$

$$= x^2 - 4x + 499^2 = (100-1)^2 = 100^2 + 1^2 - 2 \times 100 \times 1$$

$$= 10000 + 1 - 200 = 9801$$

جداء مجموع حدين وفرقهما:

$$(x+1)(x-1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$$

$$101 \times 99 = (100+1)(100-1) = 100^2 - 1^2 = 9999$$

## تحليل عبارة جبرية

تحليل عبارة جبرية هو كتابتها على شكل جداء.
لتحليل عبارة جبرية نستعمل الخاصية التوزيعيّة (البحث عن العامل المشترك) أو المتطابقات الشهيرة.

### أمثلة

#### إستعمال العامل المشترك

$$3x + 3 = 3(x+1)$$

$$(x+1)(x+2) + (x+1)(3-2x)$$

$$= (x+1)(x+2+3-2x) = (x+1)(-x+5)$$

#### إستعمال المتطابقات الشهيرة

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2^2 + 2 \times 2 \times x = (x+2)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = x^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times x = (x-1)^2$$

$$x^2 - 25 = x^2 - 5^2 = (x+5)(x-5)$$

## حل معادلات من الدرجة الأولى

حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد معناه إيجاد قيمة المجهول.
كل معادلة من الشكل $ax = b$ هي معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد حيث $a \neq 0$، حلّها هو $x = \frac{b}{a}$.

### مثال

| | |
|---|---|
| $5x + 2 = 7$ | $4x - 1 = x + 8$ |
| $5x = 7 - 2 = 5$ | $4x - x = 8 + 1$ |
| $x = \frac{5}{5} = 1$ | $3x = 9$ |
| | $x = \frac{9}{3} = 3$ |

## خاصية الجداء المعدوم

$a$ ، $b$ ، $c$ و $d$ أعداد معلومة:

- إذا كان $a \times b = 0$ فإنّ: $a = 0$ أو $b = 0$
- كل معادلة من الشكل $(ax+b)(cx+d) = 0$ تسمّى معادلة الجداء المعدوم حلولها هي حلول المعادلتين:

$(ax+b) = 0$ أو $(cx+d) = 0$

### مثال

1. حل المعادلة: $4(x+3) = 0$
بما أنّ: $4 \neq 0$ فإنّ: $x + 3 = 0$ إذن: $x = -3$.
حلول المعادلة هي: $(-3)$
2. حل المعادلة $(3x-2)(5-x) = 0$
معناه: $(3x-2) = 0$ أو $(5-x) = 0$
أي: $x = 5$ أو $3x = 2$ ومنه $x = \frac{2}{3}$
حلول المعادلة هي: $(-5)$ و $\frac{2}{3}$

## حل متراجحات من الدرجة الأولى

$a$ ، $b$ ، $c$ و $d$ أعداد معلومة:

- كل متباينة تكتب من الشكل $(ax+b) \geq (cx+d)$ أو $(ax+b) \leq (cx+d)$ أو $(ax+b) < (cx+d)$ أو $(ax+b) > (cx+d)$ تسمّى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

حل متراجحة هو إيجاد كل قيم المجهول التي تكون من أجلها المتباينة صحيحة.

### مثال



www.dztests.com

| | |
|---|---|
| $3x-2 \geq x+4$ | $6x+1 < 8x+5$ |
| $3x-x \geq 4+2$ | $6x-8x < 5-1$ |
| $2x \geq 6$ | $-2x < 4$ |
| $x \geq \frac{6}{2}$ | $x > \frac{4}{-2}$ |
| $x \geq 3$ | $x > -2$ |
| حلول المتراجحة هي كل قيم $x$ الأكبر من أو تساوي 3 | حلول المتراجحة هي كل قيم $x$ الأكبر تماما من $-2$ |

**ملاحظة** مهمـة

إذا ضربنا طرفي متراجحة في أو على عدد سالب يتغيّر اتّجاهها.

## نُمثّل حلول متراجحة بيانيّا

### أمثلة

حل المتراجحة: $5x+2<7$:

$5x+2<7$

$5x<7-2$

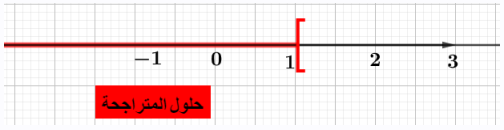
$5x<5$

$x<\frac{5}{5}$

$x<1$

حلول المتراجحة هي كل قيم $x$ الأصغر تماما من 1

تمثيلها البياني كالآتي:




الرمز [ موجه نحو الجزء غير الملون يدل على أنّ 1 لا ينتمي إلى مجموعة الحلول.

حل المتراجحة: $6x-4 \geq 8x+2$:

$6x-4 \geq 8x+2$

$6x-8x \geq 2+4$

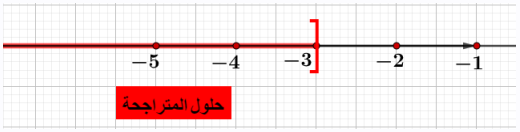
$-2x \geq 6$

$x \leq \frac{6}{-2}$

$x \leq -3$

حلول المتراجحة هي كل قيم $x$ الأصغر من أو تساوي $-3$

تمثيلها البياني كالآتي:




الرمز ] موجه نحو الجزء الملون يدل على أنّ $-3$ ينتمي إلى مجموعة الحلول.

### نطبق

حل المتراجحات التالية ثمّ مثّل حلولها بيانيّا:

$4x+6>5$ ، $x+2 \leq -3x$ ، $7x+12 \leq 10x-3$

حل المتراجحة: $4x+6>5$:

$4x+6>5$

$4x>5-6$

$4x>-1$

$x<\frac{-1}{4}$

حلول المتراجحة هي كل قيم $x$ الأصغر من أو تساوي $\frac{-1}{4}$

تمثيلها البياني كالآتي:

حل المتراجحة: $x+2 \leq -3x$:

$x+2 \leq -3x$

$x+3x \leq 2$

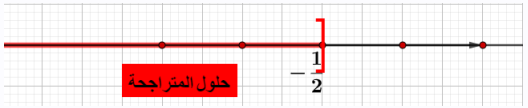
$4x \leq 2$

$x \leq \frac{2}{4}$

$x \leq \frac{1}{2}$

حلول المتراجحة هي كل قيم $x$ الأصغر من أو تساوي $\frac{1}{2}$

تمثيلها البياني كالآتي:




حل المتراجحة: $7x+12 \leq 10x-3$:

$7x+12 \leq 10x-3$

$7x-10x \leq -3-12$

$-3x \leq -15$

$x \geq \frac{-15}{-3}$

$x \geq 5$

حلول المتراجحة هي كل قيم $x$ الأكبر من أو تساوي 5

تمثيلها البياني كالآتي:

## تبسيط مشكل

لتبسيط مشكل نتبع ما يلي:

- اختيار المجهول المناسب.
- كتابة معطيات النص بدلالة $x$ وصياغتها في معادلة أو متراجحة.
- حل هذه المعادلة أو المتراجحة.
- الإجابة على الأسئلة.

### مثال

تقاسم ثلاثة إخوة مبلغ $2400DA$، فأخذ مهدي ضعف حصة علي، أمّا حصة مريم فتزيد على حصة علي بـ $400DA$.

- ما هي حصّة كل واحد؟

1. نضع حصة $x$ علي.
2. حصّة مهدي هي $2x$ وحصة مريم هي $x+400$ وبالتالي: $x+2x+x+400=2400$ ومنه $4x=2000$.
3. نحلّ المعادلة $4x=2000$ ومنه: $x=\frac{2000}{4}=500$.
4. حصّة علي هي: 500 دينار.

- حصّة مهدي هي: $2 \times 500 = 1000$ دينار.
- حصّة مريم هي: $500+400=900$ دينار.



www.dztests.com

## تمرين 1

✯ انشر ثمّ بسّط العبارات التالية:

$A = (2x+3)(5x-1)$

$B = 8x(x-6)$

$C = (-2x+7)(x-2)$

$D = (-x-2)(-4x+5)$

$E = (5x-2)(7-x)$

$F = (4-2x)(x-6)$

## تمرين 2

✯ انشر ثمّ بسّط العبارات التالية:

$A = (2x-1)(2x+1)$

$B = (3x+8)^2$

$C = (4x-10)^2$

$D = (6x+3)(6x-3)$

$E = (-x+2)^2$

$F = (5x+7)^2$

## تمرين 3

✯ حلّل العبارات التالية:

$A = 6x+6$

$B = 6xy-5y$

$C = 5x^2+5x$

$D = 15x+12$

$E = 2x-10$

$F = 8x-2$

## تمرين 4

✯ حلّل العبارات التالية:

$A = 9x^2+24x+16$

$B = 9x^2-36x+36$

$C = 64x^2-4$

$D = x^2+14x+49$

$E = x^2-18x+81$

$F = 100-y^2$

## تمرين 5

✯ حلّل العبارات التالية:

$A = (x+2)(4x+3)+2\times(x+2)$

$B = (5-x)-(5-x)(4x+1)$

$C = (7x+4)^2-(7x+4)$

$D = (2x+9)-(2x+9)^2$

$E = (5-2x)(x-8)+(x+7)(-2x+5)$

$F = (3x-2)(4x+1)-(3x+1)(3x+2)$

## تمرين 6

لتكن العبارتين:
$A = x^2-9$ ، $B = x^2-9+4(x+3)$

❶ حلّل العبارة $A$.

❷ استنتج تحليل العبارة $B$.

❸ حل المعادلة $B=0$.

## تمرين 7

لتكن العبارتين: $A = x^2+4x+4$ ، $B = x^2+4x+4-(x+2)(x-3)$

❶ حلّل العبارة $A$.

❷ استنتج تحليل العبارة $B$.

❸ حل المعادلة $B=0$.

## تمرين 8

❶ انشر ثمّ بسّط الجداء $(2x+5)(x-2)$ ❷ حلّل العبارة $A$ إلى جداء عاملين حيث:
$A = 2x^2+x-10+(4x+1)(x-2)$.

## تمرين 9

❶ انشر ثمّ بسّط العبارة:

$A = 16x^2-9-(2x+5)(4x-3)$

❷ احسب قيمة $A$ من أجل: $x=1$.

❸ حلّل $16x^2-9$ ثمّ استنتج تحليل $A$.

❹ حل المعادلة: $(2x-2)(4x-3)$



www.dztests.com

## تمرين 10

❶ تحقّق من صحّة المساواة التالية:

$$2(3x+1)^2 = 18x^2 + 12x + 2$$

❷ حلّل العبارة $M$ حيث:

$$M = 18x^2 + 12 + 2 - (x-2)(3x+1)$$

❸ احسب قيمة $M$ من أجل $x = \sqrt{3}$.

❹ حل المعادلة

$$(5x+4)(3x+1) = 0$$

## تمرين 11

❶ انشر ثمّ بسّط العدد $A$ حيث: $A = (2-\sqrt{3})^2$.

❷ لتكن العبارة $E$ حيث: $E = x^2 - (7-4\sqrt{3})$.

① احسب القيمة المضبوطة للعبارة $E$ من أجل: $x = \sqrt{7}$.

② حلّل العبارة $E$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

## تمرين 12

لتكن العبارة $L$ حيث: $L = 2x - 10 - (x-5)^2$.

❶ انشر ثمّ بسّط العبارة $L$.

❷ حلّل العبارة $L$ إلى جدا عاملين من الدرجة الأولى.

## تمرين 13

❁ حل المعادلات التالية:

$$x + 10 = 15$$
$$x - 10 = 15$$
$$x + 4 = 0$$
$$2x - 5 = 7$$
$$-7x - 3 = 11$$
$$-x + 6 = 16$$
$$9x - 4 = 3x + 2$$
$$-6x + 5 = -2x - 3$$
$$(x-4)(2x+1) = 0$$
$$(-5x+10)(6-x) = 0$$
$$(6x+2)(3x-2) = 0$$