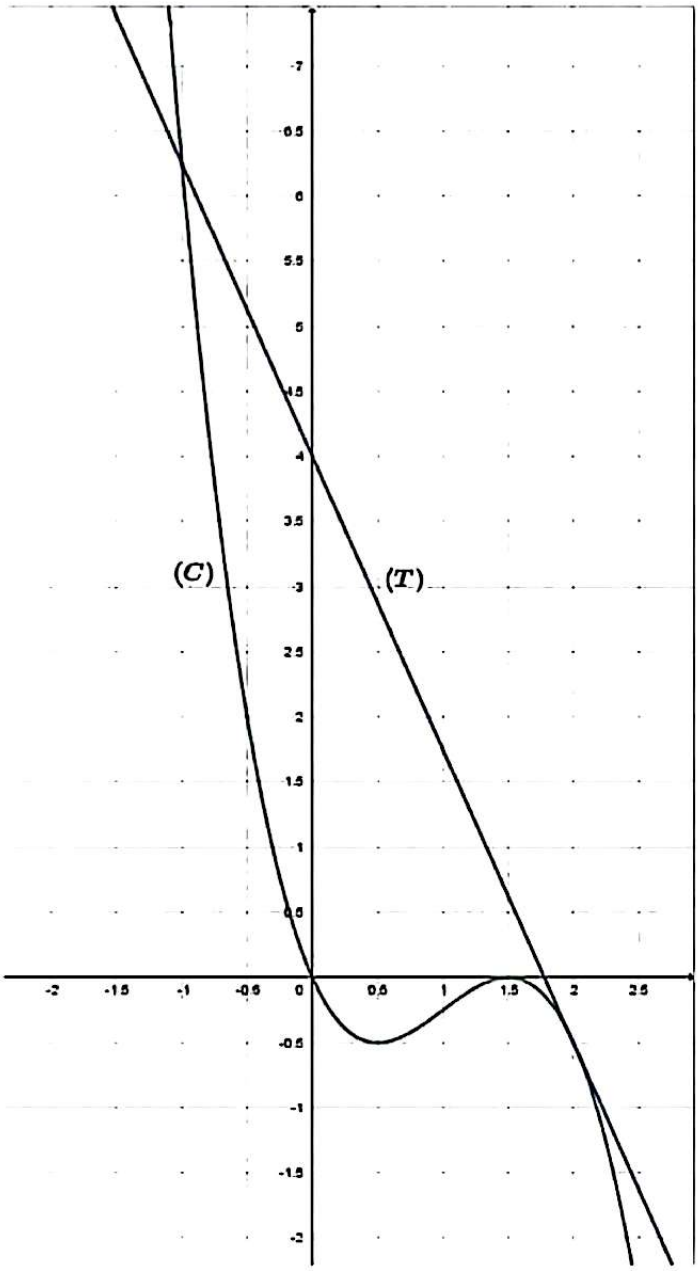
وزارة التربية الوطنية	الفرض الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات	مديرية التربية لولاية سطيف
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم مزلوق		المستوى: 2.ع.ت
يوم: 2022/11/24		المدة : 60 دقيقة

تمرين 01 (08 نقاط) ☆ (35 دقيقة)

P دالة كثير حدود معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $P(x) = 2x^3 - 13x^2 + 27x - 18$

1. بين أن $\frac{3}{2}$ جذر لـ P
2. جد الأعداد الحقيقية a و b و c حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (2x-3)(ax^2+bx+c)$
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$
4. أدرس إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج إشارة $P\left(\frac{1444}{2022}\right)$ و حل المتراجحة $P(x) < 0$

تمرين 02 (12 نقطة) ☆ (30 دقيقة)



في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx + c$

حيث : a و b و c أعداد حقيقية.

المستقيم (T) مماس لـ (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2

بقراءة بيانية :

1. عين $f(2)$; $f'\left(\frac{3}{2}\right)$; $f'(2)$
2. اكتب معادلة المماس (T)
3. حدد الوضع النسبي لكل من (T) و (C)
4. جد قيمة مقربة لكل من $f(2.00019)$ و $f(1.99919)$
5. أعط حصرا لـ $f(x)$ على المجال $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$
6. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين : $f(x) \geq 0$ و $f'(x) > 0$
7. شكل جدول تغيرات الدالة f
8. شكل جدول إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$
9. باستعمال المعطيات السابقة بين أن :

$a = 3$; $b = -\frac{9}{4}$; $c = 0$

Scanné avec CamScanner
www.dztests.com

وزارة التربية الوطنية	التصحيح النموذجي للفرض الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات	مديرية التربية لولاية سطيف
ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم مزلوق		المستوى: 2.ع.ت
يوم: 2022/11/24		المدة : 60 دقيقة

تمرين 01 (08 نقاط) ☆ (35 دقيقة)

P دالة كثير حدود معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $P(x)=2x^3-13x^2+27x-18$

1 بين أن $\frac{3}{2}$ جذر لـ P

الجواب : $P\left(\frac{3}{2}\right)=2\left(\frac{3}{2}\right)^3-13\left(\frac{3}{2}\right)^2+27\left(\frac{3}{2}\right)-18=\frac{27}{4}-\frac{117}{4}+\frac{81}{2}-18=\frac{27-117+162-72}{4}=0$

2 جد الأعداد الحقيقية a و b و c حيث من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x)=(2x-3)(ax^2+bx+c)$

الجواب : لدينا من جهة : $P(x)=2x^3-13x^2+27x-18\ldots(1)$ و من جهة أخرى :

$P(x)=(2x-3)(ax^2+bx+c)=2ax^3+2bx^2+2cx-3ax^2-3bx-3c=2ax^3+(2b-3a)x^2+(2c-3b)x-3c\ldots(2)$

بمطابقة (1) مع (2) نجد : $\begin{cases}2a=2\\2b-3a=-13\\2c-3b=27\\-3c=-18\end{cases}$ يكافئ : $\begin{cases}a=1\\2b-3=-13\\12-3b=27\\c=6\end{cases}$ يكافئ : $\begin{cases}a=1\\b=-5\\c=6\end{cases}$

إذن : $P(x)=(2x-3)(x^2-5x+6)$

3 حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x)=0$

الجواب : $P(x)=0$ يكافئ : $\begin{cases}2x-3=0\\\vee\\x^2-5x+6=0\end{cases}$ يكافئ : $\begin{cases}x=\frac{3}{2}\\\vee\\x=2\quad\vee\quad x=3\end{cases}$

4 أدرس إشارة $P(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم استنتج إشارة $P\left(\frac{1444}{2022}\right)$ و حل المتراجحة $P(x)<0$

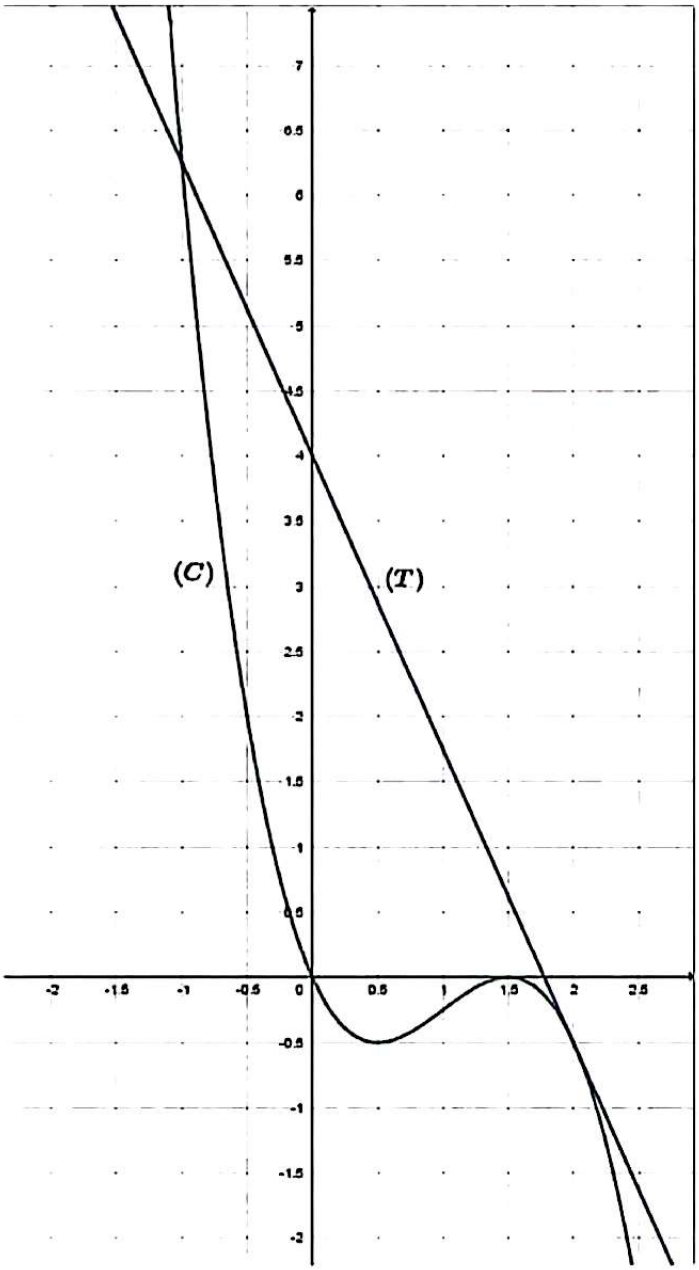
الجواب :

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		2		3		$+\infty$
$2x-3$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
x^2-5x+6		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

بما أن : $\frac{1444}{2022}\in\left]-\infty;\frac{3}{2}\right]$ فإن : $P\left(\frac{1444}{2022}\right)<0$

$P(x)<0$ يكافئ : $x\in\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[\cup]2;3[$

www.dztests.com
Scanné avec CamScanner



في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدلة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=-x^3+ax^2+bx+c$

حيث : a و b و c أعداد حقيقية.

المستقيم (T) مماس لـ (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2

بقراءة بيانية :

1. عين $f(2)$; $f'\left(\frac{3}{2}\right)$; $f'(2)$
2. اكتب معادلة المماس (T)
3. حدد الوضع النسبي لكل من (T) و (C)
4. جد قيمة مقربة لكل من $f(2.00019)$ و $f(1.99919)$
5. أعط حصرا لـ $f(x)$ على المجال $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$
6. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين : $f(x)\geq 0$ و $f'(x)>0$
7. شكل جدول تغيرات الدالة f
8. شكل جدول إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$
9. باستعمال المعطيات السابقة بين أن :

$$a=3 \quad ; \quad b=-\frac{9}{4} \quad ; \quad c=0$$

حل التمرين :

1. $f'\left(\frac{3}{2}\right)=0$ (قيمة حدية) ; $f(2)=-\frac{1}{2}$

$f'(2)$ هو معامل توجيه المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 2 و لحسابه نختار نقطتين كيفيتين من (T) ، مثلا النقطتان اللتان إحداثيتاهما $\left(2;-\frac{1}{2}\right)$ و $(0;4)$ فنجد :

$$f'(2)=\frac{-\frac{1}{2}-4}{2-0}=-\frac{9}{4}$$

2. $$(T): y=f'(2)(x-2)+f(2)=-\frac{9}{4}(x-2)-\frac{1}{2}=-\frac{9}{4}x+4$$

3. على المجال $]-\infty;-1[$ (C_f) يقع فوق (T) ; على المجال $]-1;2[\cup]2;+\infty[$ (C_f) يقع تحت (T)

$$(C_f)\cap(T)=\left\{\left(-1;\frac{25}{4}\right),\left(2;-\frac{1}{2}\right)\right\}$$

4. نعلم أن أحسن تقريب تآلفي للدالة f عند النقطة التي فاصلتها 2 هو : $f(2+h)=f'(2)h+f(2)=-\frac{9}{4}h-\frac{1}{2}$

و منه :

$$\begin{cases} f(2.00019)=f(2+0.00019)=-\frac{9}{4}(0.00019)-\frac{1}{2}=-0.5004275 \\ f(1.99919)=f(2+(-0.00081))=-\frac{9}{4}(-0.00081)-\frac{1}{2}=-0.4981775 \end{cases}$$

www.dztests.com
Scanné avec CamScanner

الدالة f متناقصة تماما على المجال $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ أي : $f\left(\frac{1}{2}\right) \le f(x) \le f\left(-\frac{1}{2}\right)$ و منه : $-\frac{1}{2} \le f(x) \le 2$

6 $f(x) \ge 0$ يكافئ : $x \in]-\infty;0] \cup \left\{\frac{3}{2}\right\}$: $f'(x) > 0$ يكافئ : $x \in \left]\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right[$

7 جدول التغيرات :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

8 جدول الإشارة :

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	

9 لدينا : $\begin{cases} f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \\ f(0) = 0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \end{cases}$ يكافئ : $\begin{cases} \frac{1}{8} + \frac{a}{4} - \frac{b}{2} = 2 \dots (1) \\ c = 0 \\ -\frac{1}{8} + \frac{a}{4} + \frac{b}{2} = -\frac{1}{2} \dots (2) \end{cases}$

بجمع (1) و (2) و ضرب (2) في 8 نجد : $\begin{cases} \frac{a}{2} = \frac{3}{2} \\ c = 0 \\ 2a + 4b = -3 \end{cases}$ و منه : $\begin{cases} a = 3 \\ c = 0 \\ 6 + 4b = -3 \end{cases}$ إذن : $\begin{cases} a = 3 \\ b = -\frac{9}{4} \\ c = 0 \end{cases}$

Scanné avec CamScanner
www.dztests.com