

التمرين الأول (08 نقاط)

$P(x) = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 8$ حيث: $P(x)$ كثير حدود للمتغير الحقيقي x .

1. أحسب $p(-2)$ ماذا تستنتج؟
2. عين كثير الحدود $Q(x)$ بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $P(x) = (x+2)Q(x)$.
3. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ، ثم استنتج إشارة $P(x)$.
4. حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $2x^3 - 2x^2 > 8x - 8$.
5. استنتج إشارة العدد $p\left(\frac{2022}{2021}\right)$.
6. استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة: $2x\sqrt{x} - 2x - 8\sqrt{x} + 8 = 0$.

التمرين الثاني (12 نقطة)

(I) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x^2 + ax + b$ ، حيث a و b عدادان حقيقيان.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، $A(0; 3)$ و $B(-1; 0)$ نقطتين من (C_f) .

- عين العددين الحقيقيين a و b .

(II) نضع $a = 4$ و $b = 3$

(1) أ- تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = (x+2)^2 - 1$.

ب- فكك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما.

ج- استنتج اتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; -2]$ و $[-2; +\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $x = -2$ محور تناظر للمنحنى (C_f) .

ب- اشرح كيفية إنشاء (C_f) انطلاقاً من (P) التمثيل البياني للدالة مربع، ثم أنشئه.

(III) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^2 + 4|x| + 3$.

- بين أن الدالة g زوجية.

- اشرح كيفية إنشاء (C_g) التمثيل البياني للدالة g انطلاقاً من (C_f) ثم أنشئه.

مع تمنياتنا لكم بالنجاح والتوفيق

تمارين المقرئين الأول / 2017

حل المقرئين الأول:

① $p(-2) = 0$

نفسه أن في جذر كثير الحدود $p(x)$

②

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 2x^2 - 8x + 8 & x + 2 \\ \hline 2x^3 + 4x^2 & 2x^2 - 6x + 4 \\ \hline 0 - 6x^2 - 8x + 8 & \\ \hline -6x^2 + 12x & \\ \hline 0 + 4x + 8 & \\ \hline 4x + 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

وكذلك من أجل كل عدد حقيقي x

$q(x) = 2x^2 - 6x + 4$

$p(x) = (x+2)(2x^2 - 6x + 4)$

③ $p(x) = 0$ يعني $\begin{cases} x+2=0 \\ 2x^2 - 6x + 4 = 0 \end{cases}$

ففي $\begin{cases} x = -2 \\ 2x^2 - 6x + 4 = 0 \end{cases}$ (2)

$\begin{cases} x = -2 \\ \Delta = 9 - 8 = 1 > 0 \end{cases}$

للمعادلة (2) حلول $\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$

وكذلك $S = \{-2, 1, 2\}$

④ المقرئين الثاني: $p(x) = x^3 - 2x^2 - 8x + 8$

x	-2	-1	1	2	4
$x+2$	-	+	+	+	+
$2x^2 - 6x + 4$	+	+	-	-	+
$p(x)$	-	+	-	+	+

④ المقرئين الثاني: $8x - 8 = 2x^3 - 2x^2 - 8x + 8$
تكون $0 < (x+2)$

وكذلك $S = \{-2, 1, 2\}$

⑤ لدينا: $\frac{2021}{2020} \in]1, 2[$

وكذلك $p\left(\frac{2021}{2020}\right) < 0$

⑥ المعادلة: $2x\sqrt{x} + 8 = 0$

تكون $2(\sqrt{x})^3 - 2(\sqrt{x})^2 - 8\sqrt{x} + 8 = 0$

تكون $p(\sqrt{x}) = 0$

نضع $X = \sqrt{x}$

وكذلك المقرئين الثاني: $p(x) = 0$

بما سبق حلول المعادلة $p(x) = 0$ هي

$S = \{-2, 1, 2\}$

دلت $x = -2$ أو $x = 1$ أو $x = 2$

أي $\begin{cases} \sqrt{x} = -2 \\ \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{x} = 2 \end{cases}$ أو $\begin{cases} x = 4 \\ x = 1 \end{cases}$ لا تقبل حلول

وكذلك مجموعة حلول المعادلة هي

$S = \{1, 4\}$

حل المقرئين الثاني:

$f(0) = 3$ يعني $A(0, 3) \in (C)$

$f(-1) = 0$ يعني $B(-1, 0) \in (C)$

أي $0 = a(0) + b$ ومنه $b = 3$

$(-1)^2 + a(-1) + 3 = 0$

$a = 4$ يعني $-a + 4 = 0$

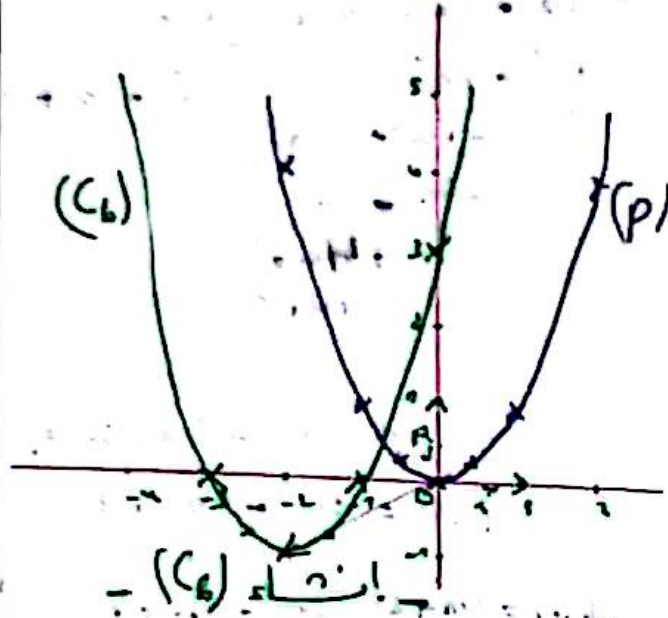
دلت $a = 4$ و $b = 3$

وكذلك من أجل كل عدد حقيقي x

$f(x) = x^2 + 4x + 3$



و عليه فالمستقيم (هـ) ذو المعادلة $x = -2$
 هو تناظر (جـ)
 بما $\omega(x) = x^2$ $\omega = 12$;
 لدينا : $f(x) = \omega(x+2) - 1$ ومنه
 (جـ) هو صورة (د) التمثيل البياني للدالة f
 بالانعكاس الذي يسميه $\vec{v}(-\frac{x}{2})$

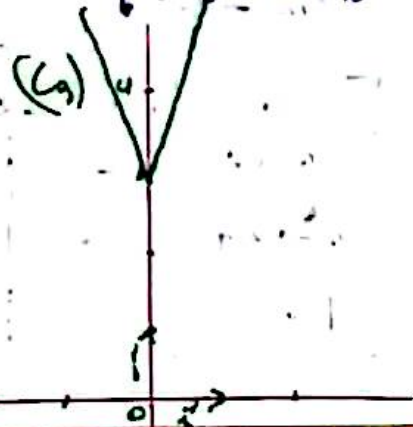


III - 2 - لدينا ما أجل كل $x \in \mathbb{R}$

$$g(-x) = (-x)^2 + 4|-x| + 3 \\ = x^2 + 4|x| + 3 \\ = g(x) \therefore \dots$$

ب - لدينا :
 $g(x) = f(|x|)$
 $= \begin{cases} f(x) ; x \in [0; +\infty[\\ f(-x) ; x \in]-\infty; 0] \end{cases}$

(د) منطبق على (جـ) على المجال $[0; +\infty[$
 ونظراً (جـ) على المجال $] -\infty; 0]$
 لأن الدالة f زوجية



$$f(x) = x^2 + 4x + 3 \\ = x^2 + 4x + 3 + 2 - 1 \\ = x^2 + 4x + 4 - 1$$

$$f(x) = (x+2)^2 - 1$$

$$(x+2)^2 - 1 = x^2 + 4x + 4 - 1 \\ = x^2 + 4x + 3 \\ = f(x)$$

$$x \xrightarrow{u} x+2 \xrightarrow{v} (x+2)^2 - 1 \quad \textcircled{ب} \\ x \xrightarrow{u} x^2 + 1$$

$$f = g \circ u \\ \begin{cases} u(x) = x^2 + 1 \\ u(x) = x + 2 \end{cases}$$

جـ على المجال $I_2 = [-2; +\infty[$

لدينا الدالة u متزايدة تماماً على $[0; +\infty[$
 ومن أجل كل $x \in I_2$ لدينا $u(x) \in [0; +\infty[$
 ولدينا الدالة v متزايدة تماماً على $[0; +\infty[$
 و عليه فالدالة $f = v \circ u$ متزايدة
 تماماً على $[0; +\infty[$
 بنفس الطريقة نجد أن الدالة f متناجزة
 تماماً على المجال $] -\infty; -2]$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$		-1	

2 - لدينا ما أجل كل $x \in \mathbb{R}$ بأن
 $(-4-x) \in \mathbb{R}$

$$f(-4-x) = (-4-x+2)^2 - 1 \\ = (-2-x)^2 - 1 \\ = (x+2)^2 - 1 \\ = f(x)$$