الفرض الأول للثلاثي الأول في الرياضيات

2026 - 2025 | المدة: 01 سا

تجنّب الشطب و استعمال المصحّح.

التمرين الأول: (05 نقاط)

f و g دالتين عدديتين جدولي تغيراتهما كالآتي:

x	-3		2		8
$g(x)$	-5	↗	0	↗	4

x	-7		-1		2		4
$f(x)$	-3	↗	2	↗	8	↘	2

① جد مجموعة تعريف الدالة $g \circ f$. ثم احسب $(g \circ f)(-7)$ ، $(f \circ g)(8)$ ، $(f \times g)(2)$ و $(3f+g)(2)$.

② ادرس إتجاه تغير الدالة $g \circ f$ على المجال $[-7;2]$، ثم على مجال $[2;4]$.

التمرين الثاني: (09 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[-2;4]$ كما يلي: $f(x) = x^2 - 2x - 3$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

① تحقق أنه من أجل كل $x \in [-2;4]$ فإن: $f(x) = (x-1)^2 - 4$. ثم فكك الدالة f إلى مركب دالتين يطلب تعيينهما.

② استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-2;1]$ والمجال $[1;4]$. ثم شكل جدول تغيراتها.

③ بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $x = 1$ محور تناظر للمنحنى (C_f).

④ اشرح كيفية رسم (C_f) إنطلاقا من منحنى دالة " مرجعية " يطلب تعيينها. ثم أرسم المنحنى (C_f).

II) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[-2;2]$ كما يلي: $g(x) = f(|x|)$. وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

① بين أن g دالة زوجية.

② أكتب g دون رمز القيمة المطلقة. ثم أنشئ (C_g) إنطلاقا من (C_f) مع الشرح.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

لتكن P دالة كثير الحدود معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة التالية: $P(x) = x^3 + 3x + 4$.

① بين أن (-1) جذر لـ $P(x)$. ثم أوجد كثير حدود Q بحيث من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $P(x) = (x+1)Q(x)$.

② حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $P(x) = 0$.

③ حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة: $P(x) \geq 0$.

الأستاذ: فراحتية المحفوظ TI

www.dztests.com

حل التمرين الأول:

① - تعيين مجموعة تعريف الدالة $g\circ f$

$g\circ f$ معرفة معناه: $x\in D_f$ و $f(x)\in D_g$

معناه $x\in[-7,4]$ و $f(x)\in[-3;8]$

$x\in[-7;4]$ و

أي $x\in[-7,4]$

إذن $D_{g\circ f}=[-7;4]$

• حساب الصور:

$(g\circ f)(-7)=g(f(-7))$

$=g(-3)=-5$

$(f\circ g)(8)=f(g(8))$

$=f(4)=2$

$(f\times g)(2)=f(2)\times g(2)$

$=8\times 0=0$

$(3f+g)(2)=3f(2)+g(2)$

$=24+0=24$

② - دراسة إتجاه تغير دالة $g\circ f$:

على المجال $[-7,2]$:

لدينا الدالة f متزايدة تماما على $[-7,2]$

ولدينا $f([-7,2])=[-3,8]$

ولدينا الدالة g متزايدة تماما على $[-3,8]$

إذن الدالة $g\circ f$ متزايدة تماما على $[-7,2]$

- على المجال $[2,4]$

لدينا الدالة f متناقصة تماما على $[2,4]$

ولدينا $f([2;4])=[2;8]$

ولدينا الدالة g متزايدة تماما على $[2,8]$

إذن الدالة $g\circ f$ متناقصة تماما على $[2,4]$

حل التمرين الثاني

I) $f(x)=x^2+2x-3$; $[-2,4]$

① - التحقق أن $f(x)=(x-1)^2-4$

من أجل $x\in[-2,4]$ لدينا

$(x-1)^2-4=x^2+1-2x-4$

$=x^2-2x-3$

$=f(x)$

تعيين الدالة f:

$x\xrightarrow{u}x-1\xrightarrow{v}(x-1)^2-4$

$f=v\circ u$

حيث:

$\begin{cases}u(x)=x-1 ; D_u=[-2,4]\\ v(x)=x^2-4 ; D_v=[-3;3]\end{cases}$

② - إستاج إتجاه تغير الدالة f:

على مجال $[-2,1]$

لدينا u دالة تآلفية متزايدة تماما على $[-2,1]$ لأن $a=1>0$

و $u([-2,1])=[-3;0]$

ومنه v دالة مربع زائد عدد حقيقي متناقصة تماما على $[-3;0]$

إذن $f=v\circ u$ متناقصة تماما على $[-2,1]$

www.dztests.com

DZtests

ب) المجال [1,4]

لدينا u دالة تآلفية متزايدة تماما على [1,4] لان $a=1>0$

و $u([1,4])=[0;3]$

و v دالة مربع لاعداد غير متزايدة تماما على [0,3]

اذن $f=v\circ u$ متزايدة تماما على [1,4]

- جدول تغيرات الدالة f:

x	-2	1	4
f(x)	5	↘ -4	↗ 5

③ - تبين أن المستقيم (D): $x=1$ محور تناظر لـ (φ)

$2\alpha-x=2(1)-x=2-x$

من اجل $x\in[-2,4]$ نجد $(2-x)\in[-2;4]$

لدينا $f(2(1)-x)-f(x)=f(2-x)-f(x)$

$=(2-x)^2-2(2-x)-3-(x^2-2x-3)$

$=4+x^2-4x-4+2x-3-x^2+2x+3$

$=-4x+4x=0$

④ - شرع كيفية انشاء (φ):

لدينا $f(x)=(x-1)^2-4$

$a=-1$, $b=-4$

اذن (φ) صورة المثلل البياني للدالة مربع باسحاب شعاعه

$\vec{V}\begin{pmatrix}-a\\b\end{pmatrix}=\vec{V}\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$

ب) $g(x)=f(|x|)$ و $D_g=[-2,2]$

① - تبين ان g دالة زوجية:

لدينا من اجل $x\in[-2,2]$

معناه $-2\leq x\leq 2$

معناه $-2\leq -x\leq 2$

اي $-x\in[-2,2]$

اي $[-2,2]$ متناظر بالنسبة لـ 0

ولدينا $g(-x)=f(|-x|)$

$=f(|x|)=g(x)$

اذن g دالة زوجية.

② - كتابة g دون رمز قيمة مطلقة:

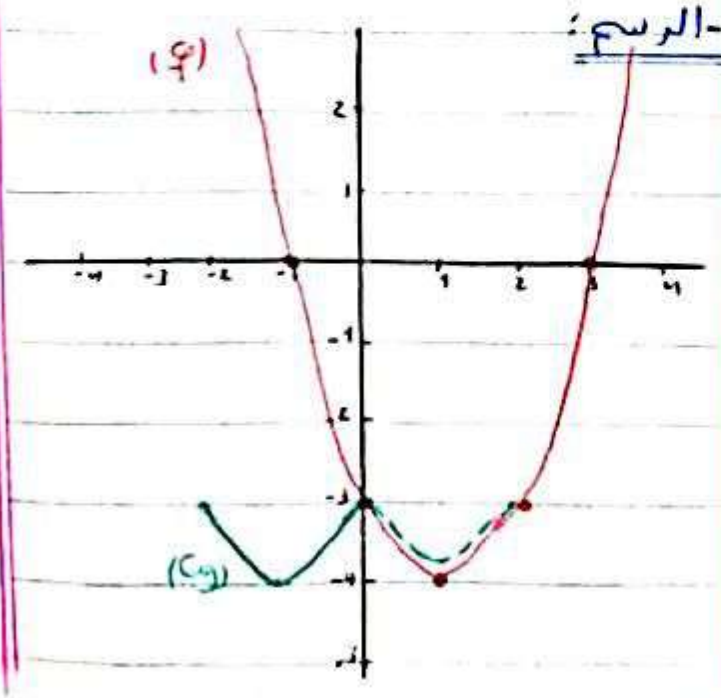
لدينا

$$g(x)=f(|x|)=\begin{cases}f(x); & x\in[0;2]\\ f(-x); & x\in[-2;0]\end{cases}$$

ومنه لما $x\in[0,2]$ نجد (C_g) ينطبق على (C_f)

وبما ان g دالة زوجية فمنحناها متناظر بالنسبة لمحور التراتيب

- الرسم:



www.dztests.com

حل التمرين الثالث

$P(x) = x^3 + 3x + 4$

① - نتحقق أن (-1) جذر لـ $P(x)$:

$P(-1) = (-1)^3 + 3(-1) + 4$

$= -1 - 3 + 4 = 0$

- إيجاد كثير حدود $Q(x)$ كما يلي:

$P(x) = (x+1) \times Q(x)$

أي $P(x) = (x+1)(ax^2+bx+c)$

- طريقة قسمة إقليدية

$x^3 + 0x^2 + 3x + 4$ | $x+1$

$x^3 + x^2$ | $x^2 - x + 4$

$-x^2 + 3x + 4$

$-x^2 - x$

$4x + 4$

$4x + 4$

0

إذن

$P(x) = (x+1)(x^2 - x + 4)$

② - حل المعادلة $P(x) = 0$

أي $(x+1)(x^2 - x + 4) = 0$

أي $x+1 = 0$ أو $x^2 - x + 4 = 0$ ①

أي $x = -1$ | حساب مميز Δ

$\Delta = 1 - 4(1)(4) = -15 < 0$

إذن المعادلة ① لا تقبل حلول

إذن حلول المعادلة $P(x) = 0$

هي $S = \{-1\}$

③ - حل المتراجحة $P(x) \geq 0$

- جدول إشارة $P(x)$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	
$x^2 - x + 4$		$+$		$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	

ومنه حلول المتراجحة

$P(x) \geq 0$ هي $S = [-1; +\infty[$

انتهى التصحيح

Ferahtia Mahfoud

www.dztests.com