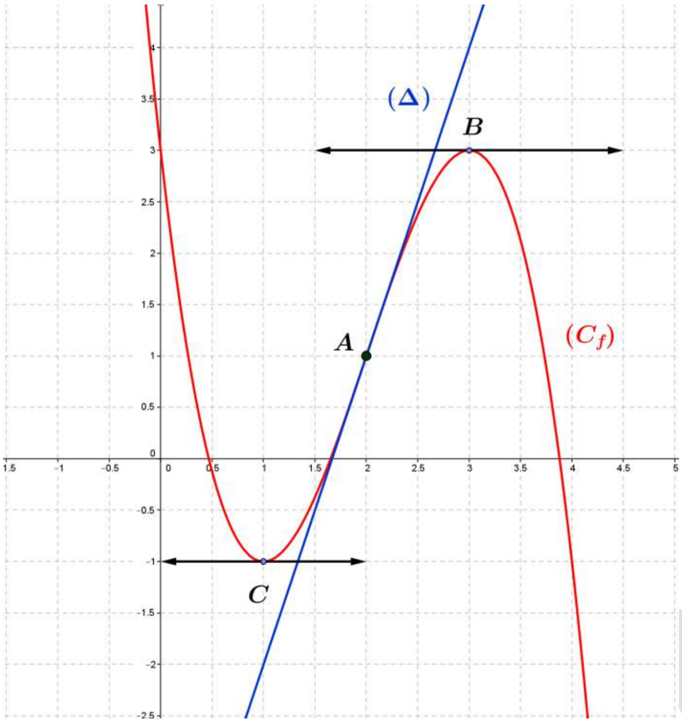
المستوى:ثانية تقني رياضي | ثانوية عبد القادر علام – تابلاط –

24 / 11 / 2025 | المدة: 60 دقيقة

الفرض الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

تمرين:



نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ و المستقيمات المرسومة في الشكل هما المماسات للمنحني (C_f) عند النقط $A(2;1)$ ، $B(3;3)$ و $C(1;-1)$ كما هو موضح في الشكل المقابل:

I) بقراءة بيانية:

1) حدد $f'(2)$ ، $f'(1)$ ، $f''(2)$ و $\lim\limits_{h\to 0}\frac{f(3+h)-3}{h}$

2) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 2 ، ثم استنتج قيمة مقربة لـ $f(2,01)$

3) عين في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة: $f'(x)=0$ وحلول المتراجحة التالية: $f'(x)\geq 0$

4) أ) شكل جدول تغيرات الدالة f

ب) برر وجود قيم حدية محلية للدالة f يطلب تعيينها.

ج) قارن بين العددين $f(2025)$ و $f(1446)$

5) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

II) علما أن الدالة f المعرفة سابقا هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x^3+6x^2+bx+c$

1) عين بيانيا ثم حسابيا $f(0)$ و $f(2)$ ثم بين أن $b=-9$ و $c=3$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f

3) شكل جدول تغيرات الدالة f

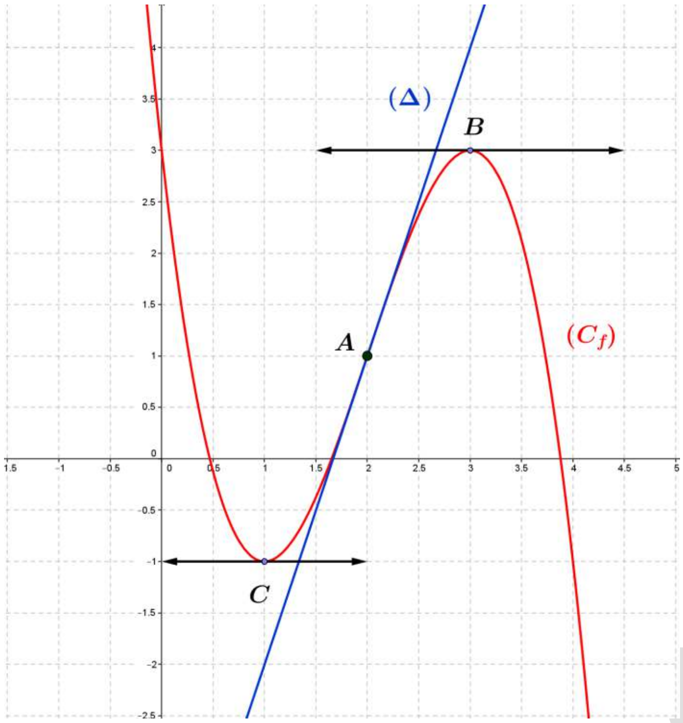
انتهى...

بالتوفيق

الفرض الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

تمرين:

نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ و المستقيمات المرسومة في الشكل هما المماسات للمنحني (C_f) عند النقط $A(2;1)$ ، $B(3;3)$ و $C(1;-1)$ كما هو موضح في الشكل المقابل:



I) بقراءة بيانية:

1) تحديد $f'(2)$ ، $f'(1)$ ، $f''(2)$ و $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(3+h)-3}{h}$:

2) $f'(2)$ هو معامل توجيه المماس في النقطة ذات الفاصلة 2 ، نختار نقطتين من المماس و لتكن $A(2;1)$ و $D(1;-2)$ ومنه

$$f'(2)=\frac{y_A-y_D}{x_A-x_D}=\frac{1-(-2)}{2-(1)}=3$$

$f'(1)=0$ لأن المماس في النقطة ذات الفاصلة 1 موازي إلى حامل محور الفواصل.

$f''(2)=0$ لأن النقطة ذات الفاصلة نقطة إنعطاف (المماس يخترق المنحنى (C_f))

$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(3+h)-3}{h}=f'(3)=0$ لأن المماس في النقطة ذات الفاصلة 1 موازي إلى حامل محور الفواصل.

3) عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 2، ثم استنتج قيمة مقربة لـ $f(2{,}01)$:

$$(T): y=f'(2)(x-2)+f(2)=3(x-2)+1=3x-5$$

4) استنتج قيمة مقربة لـ $f(2{,}01)$: لدينا $f(x)\simeq 3x-5$ لما x قريب إلى 2 ومنه $f(2{,}01)\simeq 3(2{,}01)-5$ إذن $f(2{,}01)\simeq 1{,}18$

5) عين في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة: $f'(x)=0$ وحلول المتراجحة التالية: $f'(x)\geq 0$

❖ حل المعادلة: $f'(x)=0$:معناه تعين فواصل نقط (C_f) التي يكون عندها المماس موازي إلى محور الفواصل أي

$$S=\{1;3\}$$

❖ حلول المتراجحة التالية: $f'(x)\geq 0$ معناه تعيين المجالات التي تكون عليها الدالة f متزايدة أي $S=[1;3]$

6) أ) شكل جدول تغيرات الدالة f:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘	-1	↗	3	↘	

ب) برر وجود قيم حدية محلية للدالة f يطلب تعيينها:

الفرض الثاني للفصل الأول في مادة الرياضيات

بما أن f' إنعدمت و غيرت من إشارتها في القيمة 1 فإنه يوجد مجال مفتوح $]-1;2[$ يشمل 1 تقبل فيه الدالة f قيمة حدية محلية قيمتها $f(1)=-1$

بما أن f' إنعدمت و غيرت من إشارتها في القيمة 3 فإنه يوجد مجال مفتوح $]2;4[$ يشمل 3 تقبل فيه الدالة f قيمة حدية محلية قيمتها $f(3)=3$

جـ) مقارنة بين العددين $f(2025)$ و $f(1446)$:

لدينا $1446 < 2025$ و بما أن الدالة متناقصة تماما على المجال $[1446;2025]$ فإن $f(1446) > f(2025)$

7) مناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

لما $m \in]-\infty;-1[$ للمعادلة $f(x)=m$ حل وحيد في $\mathbb{R}$

لما $m=-1$ للمعادلة $f(x)=m$ حلان في $\mathbb{R}$

لما $m \in]-1;3[$ للمعادلة $f(x)=m$ ثلاث حلول في $\mathbb{R}$

لما $m=3$ للمعادلة $f(x)=m$ حلان في $\mathbb{R}$

لما $m \in]3;+\infty[$ للمعادلة $f(x)=m$ حل وحيد في $\mathbb{R}$

II)علما أن الدالة f المعرفة سابقا هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-x^3+6x^2+bx+c$

1) تعين $f(0)$ و $f(2)$ ثم تبين أن $b=-9$ و $c=3$:

$f(0)=3$ معناه $-(0)^3+6(0)^2+b(0)+c=3$ معناه $c=3$

$f(2)=1$ معناه $-(2)^3+6(2)^2+b(2)+c=1$ معناه $16+2b+3=1$ معناه $b=-9$

2) دراسة اتجاه تغير الدالة f : الدالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x)=-3x^2+12x-9$

ندرس إشارة $f'(x)=-3x^2+12x-9$: المعادلة $-3x^2+12x-9=0$ تكافئ $x_1=1$ أو $x_2=3$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

الدالة f متناقصة تماما على المجالين $]-\infty;1]$ و $[3;+\infty[$ و متزايدة تماما على المجال $[1;3]$

3) شكل جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	

انتهى...

بالتوفيق