

المدة: 01 سا

الفرض الثاني للثلاثي الأول في الرياضيات

2026 - 2025

⚠️ تجنّب الشطب و استعمال المصحح.

التمرين الأول: (11 نقطة)

1. f دالة عددية معرفة على المجال $[-3; +\infty[$ بـ $f(x) = \sqrt{2x+6}$. وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- ① احسب نسبة تزايد الدالة f بين العددين $5+h$ و 5 . حيث h عدد حقيقي غير معدوم.
- ② استنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند القيمة $x_0 = 5$. ثم فسر النتيجة هندسيا.
- ③ عين معادلة المستقيم (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 5 .
- ④ عين تقريبا تألفيا للدالة f بجوار 5 . ثم أحسب قيم تقريبية لكل من: $f(4.97)$ و $f(5.002)$.
- ⑤ أحسب $f'(x)$. ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-3; +\infty[$.
- ⑥ g دالة معرفة على المجال $[-3; +\infty[$ بـ $g(x) = \frac{f(x)}{\sqrt{2}}$. إشرح كيف يمكن رسم منحنى الدالة g .

التمرين الثاني: (09 نقاط)

1. أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

- ① حلول المعادلة: $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$ في $\mathbb{R}$ هي: $S = \{4; -1\}$.
- ② المنحنى الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = x^3 + x^2 + 1$ يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة -1 يوازي محور الفواصل.
- ③ قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $(m-4)x^2 + 2mx + m + 2 = 0$ في $\mathbb{R}$ حلان متميزان هي: $m \in]-6; +\infty[$.
- ④ إذا كانت الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty; 1[$ بـ $g(x) = \frac{x^2+1}{-x+1}$. فإن المعادلة $g'(x) = 0$ تقبل حل وحيد.
- ⑤ ليكن (C_h) منحنى دالة h معرفة على $\mathbb{R}$ و (Δ) مماس لـ (C_h) عند النقطة ذات الفاصلة -2 معادلته $y = -3x + 7$. ومنه $h'(-2) = -3$ و $h(-2) = 1$.
- ⑥ إذا كانت f دالة معرفة على المجال $]\frac{1}{3}; +\infty[$ بـ $f(x) = \sqrt{3x-1}$ فإن حلول المتراجحة $f'(x) \geq 1$ هي: $S = \left[\frac{10}{12}; +\infty\right]$.

الأسناد: فرائضة المحفوظ T1



حل المسألة الأولى:

$$f(x) = \sqrt{2x+6}$$

① - حال سية التزايد بين

الحددين 5 و $5+h$

$$\frac{f(5+h) - f(5)}{h} = \frac{\sqrt{10+2h+6} - 4}{h}$$

$$= \frac{(\sqrt{16+2h} - 4)(\sqrt{16+2h} + 4)}{h(\sqrt{16+2h} + 4)}$$

$$= \frac{16+2h - 16}{h(\sqrt{16+2h} + 4)} = \frac{2}{\sqrt{16+2h} + 4}$$

② - اسألج ان f تقبل استقامت

عند $x_0 = 5$

$$f'(5) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2}{\sqrt{16+2h} + 4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

التفسير البياني:

المتحس (f) تقبل مماسا (T)

عند نقطة ذات القاصلة 5

$$f'(5) = \frac{1}{4}$$

③ - معادلات الكماسا (T) عند $x_0 = 5$

$$(T): y = f'(5)(x-5) + f(5)$$

$$= \frac{1}{4}(x-5) + 4$$

$$= \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$$

④ - تحسية تقرب تأليا ل f بجوار 5

احس تقرب تأليا للدالة f

بجوار 5 هي معادلات الكماسا (T)

عند $x_0 = 5$ ونكتب

$$f(x) \approx \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$$

القيم التقريبية:

$$f(5.002) \approx \frac{1}{4}(5.002) + \frac{11}{4}$$

$$\approx 4.0005$$

$$f(4.97) \approx \frac{1}{4}(4.97) + \frac{11}{4}$$

$$\approx 3.9925$$

⑤ - $f'(x) < 0$

f فالتابع لاشعاعا على $[-3; +\infty[$

$$f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+6}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2x+6}} > 0$$

اذن الدالة f متزايدة كماما

على $[-3; +\infty[$

⑥ - شرح حقيقة رسم: (g)

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x+6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2x+6}{2}}$$

$$= \sqrt{x+3}$$

اذن (g) صورة تمثيل البيانية

للدالة جذرية، نرسمها

شعاعا

حل المتريبة الثانية:

الإجابات لجميع ادخلات مع التبرير:

① - خطأ

$$x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \quad \text{لدينا}$$

بوضع $x^2 = X$ مع $X > 0$ نجد

$$X^2 - 3X - 4 = 0$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25 > 0$$

لكعادلة حلان: $X_1 = -1$ و $X_2 = 4$
 مرفوضا

$$x^2 = 4 \quad \text{أي} \quad x = 2 \quad \text{أو} \quad x = -2$$

$$S = \{-2, 2\}$$

② - خطأ

لدينا f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث

$$f'(x) = 3x^2 + 2x$$

$f'(x_0) = 0$ أفقي مماس

$$x(3x+2) = 0 \quad \text{أي} \quad x = 0 \quad \text{أو} \quad x = -\frac{2}{3}$$

أي f (نقطة) مماسة بوازي محور

حوامل عند نقطتين ذات قاسمين 0 و $-\frac{2}{3}$

③ - خطأ

لعتبر قيم وسيط m تحت قيم معادلة

حلان:

$$(m-4)x^2 + 2mx + m+2 = 0 \quad \text{لدينا}$$

$$\Delta_m > 0$$

معناه

$$4m^2 - 4(m-4)(m+2) > 0$$

أي

$$4m^2 - 4m^2 + 8m + 32 > 0$$

أي

$$m > -\frac{32}{8} \quad \text{أي} \quad 8m > -32$$

أي

$$m \in]-4; +\infty[\quad \text{أي} \quad m > -4$$

أي

④ - خطأ

لدينا g قابلة للاشتقاق على $]-\infty, 1[$

$$g'(x) = \frac{2x(-x+1) + (x^2+1)}{(-x+1)^2}$$

$$= \frac{-2x^2 + 2x + x^2 + 1}{(-x+1)^2}$$

$$= \frac{-x^2 + 2x + 1}{(-x+1)^2}$$

$$= \frac{-x^2 + 2x + 1}{(-x+1)^2}$$

$$-x^2 + 2x + 1 = 0 \quad \text{أي} \quad g'(x) = 0$$

$$\Delta = 4 + 4 = 8 > 0$$

فقط

لكعادلة حلان

$$x_2 = 1 - \sqrt{2} \quad x_1 = 1 + \sqrt{2}$$

⑤ - خطأ

لدينا (f_n) تسلسل مماثل معادلة $y = -3x + 7$

عند $x_0 = -2$ معناه

$$f(-2) = -3(-2) + 7 \quad \text{و} \quad f'(-2) = -3$$

$$= 6 + 7 = 13$$

⑥ - خطأ

لدينا f قابلة للاشتقاق على $[\frac{1}{3}; +\infty[$

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x-1}}$$

$$\frac{3}{2\sqrt{3x-1}} > 1 \quad \text{أي} \quad f'(x) > 1$$

$$3 > 2\sqrt{3x-1}$$

$$\frac{9}{4} > 3x-1 \quad \text{أي} \quad \frac{3}{2} > \sqrt{3x-1}$$

$$\frac{13}{12} > x \quad \text{أي} \quad \frac{13}{4} > 3x$$

$$S =]\frac{1}{3}; +\infty[\cap]-\infty, \frac{13}{12}]$$

$$S =]\frac{1}{3}, \frac{13}{12}]$$