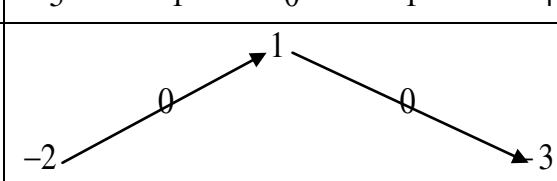


التمرين الأول:

I.  $f$  و  $g$  دالتين معرفتين على  $[-4; +\infty[$  بـ  $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$  ;  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4} + 2}$  على الترتيب

1. بين أن الدالتين  $f$  و  $g$  متساويتين .
2. أكتب الدالة  $f$  على مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعيينهما .
3. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $[-4; +\infty[$
4. اشرح كيف يمكن رسم  $(C_f)$  انطلاقا من تمثيل دالة  $x \mapsto \sqrt{x}$  ثم أنشئه .
5.  $h$  دالة عددية معرفة على  $[-4; +\infty[$  بـ  $h(x) = |f(x)|$ 
  - اشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  منحنى الدالة  $h$  ثم ارسمه في نفس المعلم السابق .

II.  $f$  دالة معرفة على المجال  $[-3; 4]$  ، و جدول تغيراتها كالآتي

$x$	-3	-1	0	1	4
$f(x)$					

$g$  دالة معرفة بـ :  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

1. عين مجموعة تعريف الدالة  $g$
2. شكل جدول تغيرات الدالة  $g$  .

التمرين الثاني:

I/ نعتبر كثير الحدود  $p(x)$  للمتغير الحقيقي  $x$  حيث :  $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  ،

1. احسب  $p(1)$  ماذا تستنتج ؟
2. بين انه يمكن كتابة  $p(x)$  على الشكل  $p(x) = (x-1)Q(x)$  حيث  $Q(x)$  كثير حدود من الدرجة الثانية يطلب تعيينه .
3. حل في مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$  المعادلة :  $p(x) = 0$  .

4. استنتج حلول المتراجحة  $\frac{p(x)}{x+1} > 0$

5. استنتج حلول المعادلة  $\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} = \frac{5}{x} - 6$

1.  $f$  و  $g$  دالتين معرفتين على  $[-4; +\infty[$  بـ  $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$  ;  $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4} + 2}$  على الترتيب

1. اثبات أن الدالتين  $f$  و  $g$  متساويتين.

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4} + 2} = \frac{x(\sqrt{x+4} - 2)}{(\sqrt{x+4} + 2)(\sqrt{x+4} - 2)} = \frac{x(\sqrt{x+4} - 2)}{(\sqrt{x+4})^2 - 4} = \frac{x(\sqrt{x+4} - 2)}{x} = \sqrt{x+4} - 2 = f(x) \text{ و } D_f = D_g$$

أي  $g(x) = f(x)$  فإن  $f$  و  $g$  متساويتين

2. كتابة الدالة  $f$  على مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعيينهما.

$$x \mapsto x + 4 \stackrel{u}{\mapsto} \sqrt{x+4} - 2 \stackrel{v}{\mapsto}$$

$$\begin{cases} u(x) = x + 4 \\ v(x) = \sqrt{x} - 2 \end{cases} \text{ ومن ذ}$$

من أجل كل  $x$  من  $[-4; +\infty[$  لدينا  $f(x) = v(x) \circ u(x)$

3. استنتاج اتجاه تغي الدالة  $f$  على المجال  $[-4; +\infty[$

لدينا  $x \in [-4; +\infty[$  أي  $x \geq -4$  ومنه  $x + 4 \geq 0$  أي  $u(x) \in [0; +\infty[$

$u$  متزايدة تماما على  $[-4; +\infty[$  (دالة تألفية معامل توجيها موجب)

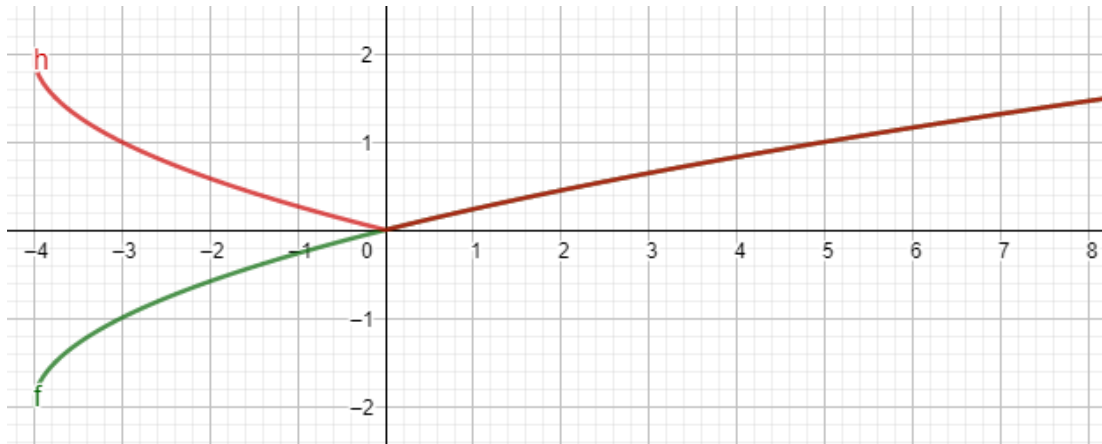
و  $v$  متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$  فإن الدالة  $f = v \circ u$  متزايدة تماما على  $[-4; +\infty[$

4.  $(C_f)$  انسحاب تمثيل دالة  $x \mapsto \sqrt{x}$  بشعاع  $\left( -4 \right)_{-2}$

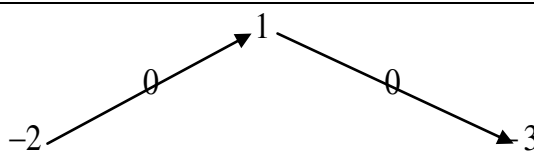
5.  $h$  دالة عددية معرفة على  $[-4; +\infty[$  بـ  $h(x) = |f(x)|$

$$h(x) = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & ; f(x) > 0 \\ -f(x) & ; f(x) \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} f(x) & ; x \in ]0; +\infty[ \\ -f(x) & ; x \in [-4; 0] \end{cases}$$

لما  $x \in ]0; +\infty[$  فإن  $(C_h)$  ينطبق على  $(C_f)$  و لما  $x \in [-4; 0]$  فإن  $(C_h)$  هو نظير  $(C_f)$  بالنسبة لمحور الفواصل



$f$  دالة معرفة على المجال  $[-3; 4]$  ، و جدول تغيراتها كالاتي

$x$	-3	-1	0	1	4
$f(x)$					

$$g \text{ دالة معرفة بـ: } g(x) = \frac{1}{f(x)}$$

1. مجموعة تعريف الدالة  $g$

$$\text{الدالة } \frac{1}{f} \text{ معرفة لما } f(x) \neq 0 \text{ إذن } x \in [-3; -1[ \cup ]-1; 1[ \cup ]1; 4]$$

2. جدول تغيرات الدالة  $g$ .

$$x \xrightarrow{u} f(x) \xrightarrow{v} \frac{1}{f(x)}$$

$$\begin{cases} u(x) = f(x) \\ v(x) = \frac{1}{x} \end{cases}^4$$

الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[-3; -1[$  حيث من أجل كل  $x \in [-3; -1[$  فإن  $f(x) \in [-2; 0[$

والدالة  $v$  متناقصة تماما على  $[-2; 0[$  ومنه  $g$  متناقصة تماما على  $[-3; -1[$

الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $]-1; 1[$  حيث من أجل كل  $x \in ]-1; 1[$  فإن  $f(x) \in ]0; 1]$

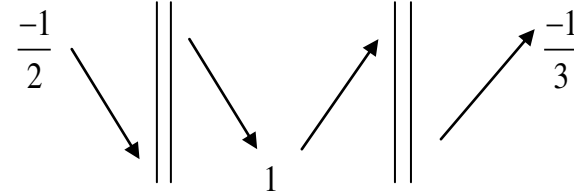
والدالة  $v$  متناقصة تماما على  $]0; 1]$  ومنه  $g$  متناقصة تماما على  $]-1; 0]$

الدالة  $f$  متناقصة تماما على  $]0; 1[$  حيث من أجل كل  $x \in ]0; 1[$  فإن  $f(x) \in ]0; 1]$

والدالة  $v$  متناقصة تماما على  $]0; 1]$  ومنه  $g$  متزايدة تماما على  $]0; 1[$

الدالة  $f$  متناقصة تماما على  $]1; 4]$  حيث من أجل كل  $x \in ]1; 4]$  فإن  $f(x) \in [-3; 0[$

والدالة  $v$  متناقصة تماما على  $[-3; 0[$  ومنه  $g$  متزايدة تماما على  $]1; 4]$

$x$	-3	-1	0	1	4
$g(x)$	$-\frac{1}{2}$				$-\frac{1}{3}$
					

**التمرين الثاني:**

1/ نعتبر كثير الحدود  $p(x)$  للمتغير الحقيقي  $x$  حيث :  $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  ،

(1) حساب  $p(1)$

$p(1) = 0$  ومنه 1 جذر لـ  $p(x)$

(2) تعيين الأعداد  $a, b, c$  حيث  $p(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$

ومنه بالمطابقة  $p(x) = ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c$  نجد

$$p(x) = (x-1)(x^2 - x - 6) \text{ ومنه } \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-6 \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} a=1 \\ b-a=-2 \\ c-b=-5 \\ -c=6 \end{cases}$$

(3) حل المعادلة  $p(x) = 0$

المعادلة  $p(x) = 0$  تكافئ  $(x-1)(x^2 - x - 6) = 0$  أي  $x=1$  أو (1).....  $x^2 - x - 6 = 0$  لحل (1) المعادلة نحسب المميز  $\Delta$  :

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$  ومنه المعادلة (1) حلان مختلفان هما  $x_1 = \frac{1 + \sqrt{25}}{2} = 3$  و  $x_1 = \frac{1 - \sqrt{25}}{2} = -2$  ومنه مجموعة حلول

المعادلة  $p(x) = 0$  هي  $\{-2; 1; 3\}$

(4) حلول المتراجحة  $\frac{p(x)}{x+1} > 0$

$x$	$-\infty$	$-2$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$
$x-1$		-	-	-	+	+
$Q(x)$	+	-	-	-	-	+
$p(x)$	-	+	+	-	+	+
$x+1$	-	-	+	+	+	+
$\frac{p(x)}{x+1}$	+	-		+	-	+

$\frac{p(x)}{x+1} > 0$  معناه  $\frac{p(x)}{x+1}$  موجبة ومنه  $]-\infty; -2[ \cup ]-1; 1[ \cup ]3; +\infty[$

(5) استنتاج حلول المعادلة  $\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} - \frac{5}{x} + 6 = 0$  ومنه  $\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} = \frac{5}{x} - 6$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = X \\ X^3 - 3X^2 - 6X + 8 = 0 \end{cases} \quad \text{تكافئ} \quad \frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} - \frac{5}{x} + 6 = 0$$

$$X = -2 \text{ أي } \frac{1}{x} = -2 \text{ ومنه } x = -\frac{1}{2}$$

$$X = 1 \text{ أي } \frac{1}{x} = 1 \text{ ومنه } x = 1$$

$$X = 3 \text{ أي } \frac{1}{x} = 3 \text{ ومنه } x = \frac{1}{3}$$