

**التمرين الأول:**

- أ.  $f$  و  $g$  دالتين معرفتين على  $[-4; +\infty)$  بـ  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4} + 2}$  ;  $g(x) = \sqrt{x+4} - 2$  على الترتيب
1. بين أن الدالتين  $f$  و  $g$  متساويتين.
  2. أكتب الدالة  $f$  على مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعبيئهما.
  3. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $[-4; +\infty)$ .
  4. اشرح كيف يمكن رسم  $(C_f)$  انطلاقاً من تمثيل دالة  $\sqrt{x} \mapsto x$  ثم أنشئه.
  5.  $h(x) = |f(x)|$  دالة عددية معرفة على  $[-4; +\infty)$ .
    - اشرح كيف يمكن رسم  $(C_h)$  منحني الدالة  $h$  ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

بـ  $f$  دالة معرفة على المجال  $[-3; 4]$  ، وجدول تغيراتها كالتالي

|        |    |    |   |   |    |
|--------|----|----|---|---|----|
| $x$    | -3 | -1 | 0 | 1 | 4  |
| $f(x)$ |    | 0  | 1 | 0 | -3 |

$$g(x) = \frac{1}{f(x)} \quad g$$

1. عين مجموعة تعريف الدالة  $g$
2. شكل جدول تغيرات الدالة  $g$ .

**التمرين الثاني:**

- أ/ نعتبر كثير الحدود  $(p)$  للمتغير الحقيقي  $x$  حيث:  $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$
1. احسب  $p(1)$  ماذا تستنتج؟
  2. بين انه يمكن كتابة  $(p)$  على الشكل  $p(x) = (x-1)Q(x)$  حيث  $(Q)$  كثير حدود من الدرجة الثانية يطلب تعبيئه.
  3. حل في مجموعة الأعداد الحقيقية  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $p(x) = 0$
  4. استنتاج حلول المتراجحة  $\frac{p(x)}{x+1} > 0$
  5. استنتاج حلول المعادلة  $\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} = \frac{5}{x} - 6$

التمرين الأول:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4} + 2} ; f(x) = \sqrt{x+4} - 2 \quad \text{على الترتيب} \quad \text{و } g \text{ دالتي معرفتين على } [-4; +\infty[$$

1. إثبات أن الدالتين  $f$  و  $g$  متساويتين.

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+4} + 2} = \frac{x(\sqrt{x+4} - 2)}{(\sqrt{x+4} + 2)(\sqrt{x+4} - 2)} = \frac{x(\sqrt{x+4} - 2)}{(\sqrt{x+4})^2 - 4} = \frac{x(\sqrt{x+4} - 2)}{x} = \sqrt{x+4} - 2 = f(x) \quad \text{و } D_g = D_f \quad \text{بما أن}$$

أي  $g(x) = f(x)$  فإن  $f$  و  $g$  متساويتين

2. كتابة الدالة  $f$  على مركب دالتين مرجعيتين يطلب تعبيئهما.

$$\begin{aligned} x &\mapsto x+4 \mapsto \sqrt{x+4} - 2 \\ \begin{cases} u(x) = x+4 \\ v(x) = \sqrt{x} - 2 \end{cases} & \quad \text{ومذ} \quad f(x) = v(x) \circ u(x) \quad \text{لدينا من } [-4; +\infty[ \end{aligned}$$

3. استنتاج اتجاه تغیی الدالة  $f$  على المجال  $[-4; +\infty[$

لدينا  $x \in [-4; +\infty[ \Rightarrow x+4 \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x+4} \geq 0 \Rightarrow v(x) \geq 0$  أي  $v(x) \in [0; +\infty[$

$u$  متزايدة تماما على  $[-4; +\infty[$  (دالة تألفية معامل توجيهها موجب)

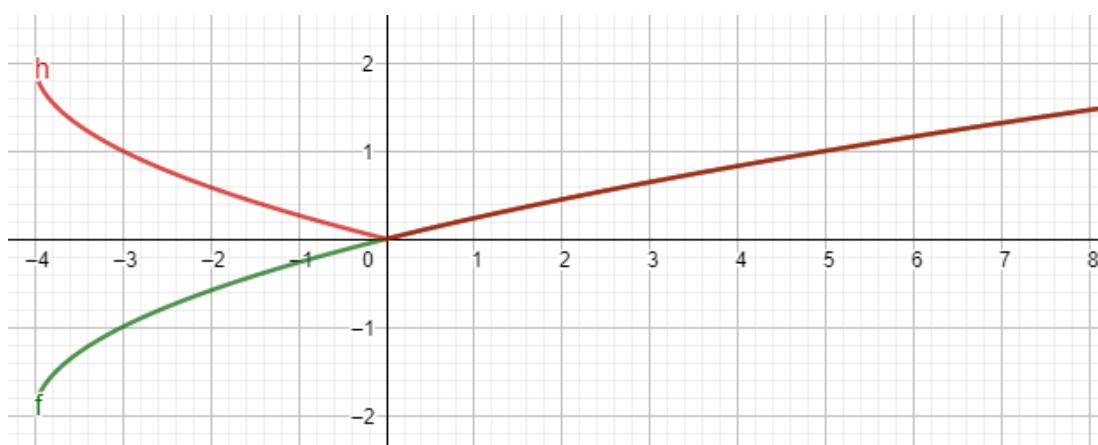
و  $v$  متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$  فإن الدالة  $f = v \circ u$  ( $f$ ) متزايدة تماما على  $[-4; +\infty[$

4. انسجام تمثيل دالة  $x \mapsto \sqrt{x}$  بشعاع  $(C_f)$

5.  $h$  دالة عددية معرفة على  $[-4; +\infty[$

$$h(x) = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & ; f(x) > 0 \\ -f(x) & ; f(x) \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} f(x) & ; x \in ]0; +\infty[ \\ -f(x) & ; x \in [-4; 0] \end{cases}$$

لما  $x \in [-4; 0]$  فإن  $(C_h)$  ينطبق على  $(C_f)$  بالنسبة لمحور الفواصل



دالة معرفة على المجال  $[-3; 4]$  ، وجدول تغيراتها كالتالي

| $x$    | -3 | -1 | 0 | 1 | 4  |
|--------|----|----|---|---|----|
| $f(x)$ |    |    |   |   |    |
|        |    | 0  | 1 | 0 |    |
|        | -2 |    |   |   | -3 |
|        |    |    |   |   |    |

$$g(x) = \frac{1}{f(x)} \quad \text{دالة معرفة بـ } g$$

1. مجموعة تعريف الدالة  $g$

$$x \in [-3; -1] \cup [-1; 1] \cup [1; 4] \quad \text{معرفة لما } f(x) \neq 0 \quad \text{إذن} \quad \frac{1}{f(x)}$$

2. جدول تغيرات الدالة  $g$

$$x \xrightarrow{u} f(x) \xrightarrow{v} \frac{1}{f(x)}$$

$$\begin{cases} u(x) = f(x) \\ v(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

الدالة  $f$  متزايدة تماماً على  $[-3; -1]$  حيث من أجل كل  $x \in [-3; -1]$  فإن  $f(x) < f(-x)$

والدالة  $v$  متناقصة تماماً على  $[0; 1]$  ومنه  $v(-x) > v(x)$

الدالة  $f$  متزايدة تماماً على  $[-1; 0]$  حيث من أجل كل  $x \in [-1; 0]$  فإن  $f(x) < f(-x)$

والدالة  $v$  متناقصة تماماً على  $[0; 1]$  ومنه  $v(-x) > v(x)$

الدالة  $f$  متناقصة تماماً على  $[0; 1]$  حيث من أجل كل  $x \in [0; 1]$  فإن  $f(x) > f(-x)$

والدالة  $v$  متناقصة تماماً على  $[0; 1]$  ومنه  $v(-x) > v(x)$

الدالة  $f$  متناقصة تماماً على  $[1; 4]$  حيث من أجل كل  $x \in [1; 4]$  فإن  $f(x) < f(-x)$

والدالة  $v$  متزايدة تماماً على  $[-3; 0]$  ومنه  $v(-x) < v(x)$

| $x$    | -3             | -1 | 0 | 1 | 4              |
|--------|----------------|----|---|---|----------------|
| $g(x)$ | $-\frac{1}{2}$ | 1  |   |   | $-\frac{1}{3}$ |
|        |                |    |   |   |                |
|        |                |    |   |   |                |
|        |                |    |   |   |                |

التمرين الثاني:

ا/ نعتبر كثير الحدود  $p(x)$  للمتغير الحقيقي  $x$  حيث:  $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

$$p(1) = 1$$

$$p(1) = 0 \quad \text{ومنه } 1 \text{ جذر لـ } p(x)$$

$$p(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c) \quad \text{حيث } a, b, c \text{ الأعداد}$$

$$p(x) = ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c \quad \text{ومنه بالتطابقة}$$

$$p(x) = (x-1)(x^2 - x - 6) \quad \text{ومنه} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -5 \\ -c = 6 \end{cases}$$

$$p(x) = 0 \quad (3) \quad \text{حل المعادلة}$$

:  $\Delta = x^2 - x - 6 = 0 \dots \dots \dots \text{لحل (1) المعادلة نحسب المميز } \Delta = p(x) = 0$

$x_1 = \frac{1-\sqrt{25}}{2} = -2$  و  $x_1 = \frac{1+\sqrt{25}}{2} = 3$  ومنه المعايير (1) حلان مختلفان هما 3 و منه مجموعة حلول

المعادلة  $p(x) = 0$  هي  $\{-2; 1; 3\}$

(4) حلول المتراجحة  $\frac{p(x)}{x+1} > 0$

| $x$                | $-\infty$ | $-2$ | $-1$ | $1$ | $3$ | $+\infty$ |
|--------------------|-----------|------|------|-----|-----|-----------|
| $x-1$              | -         | -    | -    | +   | +   |           |
| $Q(x)$             | +         | -    | -    | -   | -   | +         |
| $p(x)$             | -         | +    | +    | -   | -   | +         |
| $x+1$              | -         | -    | +    | +   | +   | +         |
| $\frac{p(x)}{x+1}$ | +         | -    | +    | -   | -   | +         |

$]-\infty; -2[ \cup ]-1; 1[ \cup ]3; +\infty[$  موجبة ومنه  $\frac{p(x)}{x+1} > 0$  معناه  $\frac{p(x)}{x+1} < 0$

(5) استنتاج حلول المعايير  $\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} - \frac{5}{x} + 6 = 0$  ومنه  $\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} - \frac{5}{x} = \frac{5}{x} - 6 = 0$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = X \\ X^3 - 3X^2 - 6X + 8 = 0 \end{cases} \text{ تكافئ } \frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^2} - \frac{5}{x} + 6 = 0$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ ومنه } \frac{1}{x} = -2 \text{ أي } X = -2 \text{ م}$$

$$x = 1 \text{ ومنه } \frac{1}{x} = 1 \text{ أي } X = 1 \text{ م}$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ ومنه } \frac{1}{x} = 3 \text{ أي } X = 3 \text{ م}$$