الجمهورية الجزائرية

ولاية سيدي بلعباس
ثانوية العقيد سي الحواس

فرض الفصل الأول : مادة الرياضيات
السنة الثانية ثانوي شعبة رياضيات

اليوم:2025/11/26
المدة:ساعتان

التمرين الأول (17 نقاط)

نعتبر f كثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-2x^3+x^2+5x+2$.

① ✍ تحقق أن : $f(-1)=0$.

✍ عين الأعداد الحقيقية a و b و c التي تحقق : $f(x)=(x+1)(ax^2+bx+c)$.

✍ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$ ثم أدرس اشارة كثير الحدود $f(x)$.

✍ استنتج حلول المتراجحة : $f(x)\leq 0$.

② نعتبر العددان الحقيقيان x و y حيث $x<y$ و المعرفان بالجملة :

$$\begin{cases} 3x+3y+5=0 \\ 3xy+2=0 \end{cases}$$

✍ عين العددان الحقيقيان x و y .

③ ليكن g_m كثير حدود معرف على $\mathbb{R}$ بـ : $g_m(x)=(m+3)x^2+2mx+m-5$ مع m وسيط حقيقي .

✍ تحقق أن : $\Delta=4(2m+15)$.

✍ أكتب كلا من $P=\frac{c}{a}$ و $S=-\frac{b}{a}$ بدلالة m .

✍ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة : $g_m(x)=0$.

✍ عين قيمة الوسيط الحقيق m حتى تكون α و β حلان للمعادلة $g_m(x)=0$ بحيث تحققان :
$(\alpha+1)(\beta+1)=-1$.

التمرين الثاني (03 نقاط)

ليكن Q كثير حدود من الدرجة الثالثة معرف بـ :

$Q(x)=x^3+ax^2+bx+18$ مع a و b عددان من $\mathbb{R}$.

① ✍ عين العددان الحقيقيان a و b حتى يقبل $Q(x)$ القسمة على x^2-9 .

✍ حلل كثير الحدود $Q(x)$ ثم حل في $\mathbb{R}$ كلا من $Q(x)=0$ و $Q(x)>0$.

✍ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $Q(x^2+3)=0$.

www.dztests.com

التمرين الأول

① ✍ التحقق :

$$\begin{aligned} f(-1) &= -2(-1)^3+(-1)^2+5(-1)+2 \\ f(-1) &= 0 \end{aligned}$$

✍ تعيين الاعداد الحقيقية a و b و c :

	-2	1	5	2
-1	0	2	-3	-2
	-2	3	2	0

$$f(x)=(x+1)(-2x^2+3x+2)$$

✍ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=0$:

$$\begin{gathered} f(x)=0 \\ (x+1)(-2x^2+3x+2)=0 \\ -2x^2+3x+2=0 \text{ او } x+1=0 \\ x=2 \text{ او } x=-\frac{1}{2} \text{ أو } x=-1 \end{gathered}$$

✍ اشارة $f(x)$:

x	$-\infty$		-1		$-\frac{1}{2}$		2	$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$
$-2x^2+3x+2$		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

✍ حلول المتراجحة :

$$S=\left\{x\in\mathbb{R}/x\in\left[-1;-\frac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty[\right\}$$

② ✍ تعيين العددان الحقيقيان x و y :

$$\begin{cases} x+y=-\frac{5}{3} \\ xy=-\frac{2}{3} \end{cases}$$

حل في $\mathbb{R}$ المعادلة :

$$\begin{gathered} z^2-Sz+p=0 \\ z^2+\frac{5}{3}z-\frac{2}{3}=0 \\ 3z^2+5z-2=0 \end{gathered}$$

$$\begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{1}{3} \end{cases}$$

www.dztests.com

③ ✍ حساب المميز :

$$\begin{aligned}\Delta &= (2m)^2 - 4(m+3)(m-5)\\ \Delta &= 4m^2 - 4(m^2 - 2m - 15)\\ \Delta &= 4m^2 - 4m^2 + 4(2m - 15)\\ \Delta &= 4(2m - 15)\end{aligned}$$

✍ حساب S و P :

$$\begin{aligned}P &= \frac{m-5}{m+3}\\ S &= -\frac{2m}{m+3}\end{aligned}$$

✍ المناقشة الوسيطية :

m	$-\infty$		$-\frac{15}{2}$		-3		0		5		$+\infty$
Δ	$-$	$\|$	0	$+$	$\|\|$	$+$		$+$		$+$	
P	$+$	$\|$		$+$	$\|\|$	$-$		$-$	0	$+$	
S	$-$	$\|$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	

$\left]-\infty;-\frac{15}{2}\right[$	$\left]-\frac{15}{2};-3\right[$	$]-3;0[$	$]0;5[$	$]5;+\infty[$
لا يوجد حلول في $\mathbb{R}$	حلان سالبان تماما	حلان مختلفان في الاشارة	حلان مختلفان في الاشارة	حلان سالبان تماما

✍ قيمة الوسيط الحقيقي m مع $m \neq -3$:

$$\begin{aligned}(\alpha+1)(\beta+1)) &= -1\\ \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 &= -1\\ P + S &= -2\\ \frac{m-5}{m+3} - \frac{2m}{m+3} &= -2\\ \frac{m-5-2m}{m+3} &= -2\\ \frac{m+5}{m+3} &= 2\\ m+5-2(m+3) &= 0\\ m+5-2m-6 &= 0\\ -m-1 &= 0\\ m &= -1\end{aligned}$$

① ✍ تعيين العددان الحقيقيان a و b من أجل كل x من $\mathbb{R}$:

$$Q(x) = (x^2-9)(x+a) + (b+9)x + 9x + 8$$
$$(b+9)x + 9a + 18 = 0x + 0$$

$$\begin{cases} b+9=0 \\ 9a+18=0 \end{cases} \iff \begin{cases} b=-9 \\ a=-2 \end{cases}$$

✍ التحليل :

$$Q(x) = (x^2-9)(x-2)$$

$$Q(x) = 0$$
$$(x^2-9)(x-2) = 0$$
$$x-2=0 \text{ او } x^2-9=0$$
$$x=2 \text{ أو } x^2=9$$
$$x=2 \text{ أو } |x|=3$$
$$x=2 \text{ أو } x=\pm 3$$

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x \in \{-3;2;3\}\}$$

✍ حل المتراجحة :

x	$-\infty$		-3		2		3		$+\infty$
x^2-9	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$		$+$		
$Q(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		

$$S = \{x \in \mathbb{R} / x \in]-3;2[\cup]3;+\infty[\}$$

✍ حل المعادلة :

$$Q(x) = (x-3)(x+3)(x-2)$$
$$Q(x^2+3) = (x^2+3-3)(x^2+3+3)(x^2+3-2)$$
$$Q(x^2+3) = x^2(x^2+6)(x^2+1)$$

وفي النهاية نجد :

$$Q(x^2+3) = 0$$
$$x^2 = 0$$
$$x = 0$$