

التمرين الأول : (06 نقاط)

x عدد حقيقي موجب تماما نضع : $A = \frac{x-1}{x}$ و $B = \frac{x}{x+1}$.

(1) احسب الفرق $A - B$.

(2) استنتج اشارة الفرق بين $A - B$ ، ثم قارن بين A و B .

(3) استنتج مقارنة بين العددين $\sqrt{\frac{2017}{2018}}$ و $\sqrt{\frac{2018}{2019}}$.

التمرين الثاني : (06 نقاط)

(1) حلّل كل من العددين 1782 و 999 الى جداء عوامل أولية .

(2) استنتج $PGCD(999, 1782)$.

(3) نضع : $a = 1.783782783... = 1.\underline{783}$.

(أ) ما طبيعة العدد a .

(ب) بين أن $a = \frac{1782}{999}$.

(ج) استنتج الشكل الغير قابل للاختزال للعدد a .

التمرين الثالث : (12 نقاط)

x و y عدنان حقيقيان حيث : $6 < x < 10$ و $-9 < y < -10$.

I و J مجموعتان من $\mathbb{R}$ حيث : $I = [-2 ; 1] \cup [2 ; 4]$ و $J = [0 ; 1] \cup [5 ; +\infty[$.

(1) عيّن المجالات التالية : $I \cup J$ و $I \cap J$.

(2) اعط حصر لكل من $x - y$ و xy .

(3) بين ان : $|x - 8| < 2$.

(4) عبّر عن الحصر $-9 < y < -10$ على شكل مجال ثم على شكل قيمة مطلقة .

(5) حل المعادلة $|y - 8| = 2$ ثم استنتج حلول المتراجحة $|y - 8| < 2$.

حل التمرين الأول

(1) حساب الفرق $A - B$.
 لدينا: $A = \frac{x-1}{x}$ و $B = \frac{x}{x+1}$ ومنه :

$$A - B = \frac{x-1}{x} - \frac{x}{x+1} = \frac{(x-1)(x+1) - x^2}{x(x+1)} = \frac{x^2 - 1 - x^2}{x(x+1)} = \frac{-1}{x(x+1)}$$

(2) استنتاج اشارة الفرق بين $A - B$.
 بمأن $x > 0$ فإن $x(x+1) > 0$ وعليه $\frac{-1}{x(x+1)} < 0$ وبالتالي $A - B < 0$

- المقارنة بين A و B .
 بمأن $A - B < 0$ فإن $A < B$ وعليه :

$$\frac{x-1}{x} < \frac{x}{x+1} \quad (1)$$

(3) استنتاج مقارنة بين العددين $\sqrt{\frac{2017}{2018}}$ و $\sqrt{\frac{2018}{2019}}$.
 بأخذ $x = 2018$ في المتراجحة (1) نجد : $\frac{2017}{2018} < \frac{2018}{2019}$ وبمأن $\frac{2017}{2018} > 0$ و $\frac{2018}{2019} > 0$ فإن :

$$\sqrt{\frac{2017}{2018}} < \sqrt{\frac{2018}{2019}}$$

حل التمرين الثاني

(1) تحليل العددين 1788 و 999 الى جداء عوامل أولية .

لدينا : $999 = 3^3 \times 37$

و $1782 = 2 \times 3^4 \times 11$

(2) استنتاج $PGCD(999, 1782)$.

$$PGCD(999, 1782) = 3^3 = 27$$

(3) أ) طبيعة العدد a .

بمأن للعدد a دور فهو عدد عشري

ب) تبيان أن $a = \frac{1782}{999}$.

لدينا : $a = 1.783782783... = 1.783$

ومنه : $a = 1 + 0.783782783...$ بأخذ $x = 0.783782783...$ نجد $1000x = 783.782783...$
 اي $1000x = 783 + 0.782783...$ اي $1000x = 783 + x$ وبالتالي $999x = 783$ ومنه $x = \frac{783}{999}$

لدينا : $a = 1 + 0.783782783\dots$ و $x = 0.783782783\dots$ ومنه $a = 1 + x$ اي $a = 1 + \frac{783}{999}$

$$a = \frac{1782}{999} \text{ : واخيرا نجد :}$$

(ج) استنتاج الشكل الغير قابل للإختزال للعدد a .

$$\text{بأن } PGCD(999, 1782) = 27 \text{ فإن } a = \frac{1782}{999} \text{ ومنه : } a = \frac{66}{37}$$

حل التمرين الثالث

x و y عددان حقيقيان حيث : $6 < x < 10$ و $-10 < y < -9$.

I و J مجموعتان من $\mathbb{R}$ حيث : $I = [-2 ; 1] \cup [2 ; 4]$ و $J = [0 ; 1] \cup [5 ; +\infty[$

(1) **تعيين المجالات : $I \cup J$ و $I \cap J$.**
لدينا : $I = [-2 ; 1] \cup [2 ; 4]$ و $J = [0 ; 1] \cup [5 ; +\infty[$ ومنه نجد :

$$I \cap J = [0, 1[\text{ و } I \cup J = [-2 ; 1] \cup [2 ; 4] \cup [5 ; +\infty[$$

(2) **اعطاء حصر لكل من $x - y$ و xy .**

حصر $x - y$:
لدينا :

$$6 < x < 10 \quad (2)$$

$$-10 < y < -9 \quad (3)$$

بضرب المتراجحة (3) في العدد (-1) نجد :

$$9 < -y < 10 \quad (4)$$

بالجمع بين المتراجحتين (2) و (4) نجد : $15 < x - y < 20$

حصر xy :

بالضرب بين المتراجحتين (2) و (4) نجد : $54 < -xy < 100$

بضرب هذه المتراجحة الأخيرة في العدد (-1) نجد : $-100 < xy < -54$

(3) **تبيان أن : $|x - 8| < 2$.**

لدينا : $6 < x < 10$ بطرح العدد (8) من هذه المتراجحة نجد : $-2 < x - 8 < 2$ ومنه $|x - 8| < 2$

(4) **التعبير عن الحصر $-10 < y < -9$ على شكل مجال ثم على شكل قيمة مطلقة .**

على شكل مجال :

$$y \in [-10 ; -9] \text{ : معناه } -10 < y < -9$$

على شكل قيمة مطلقة :

$$\left| x + \frac{19}{2} \right| < \frac{1}{2} \text{ : معناه } -10 < y < -9$$

(5) حل المعادلة $|y - 8| = 2$ ثم استنتاج حلول المتراجحة $|y - 8| < 2$.

✗ حل المعادلة $|y - 8| = 2$:

ولتكن S مجموعة حلولها :

$$|y - 8| = 2 \text{ تكافئ } \begin{cases} y - 8 = 2 \\ y - 8 = -2 \end{cases} \text{ تكافئ } \begin{cases} y = 10 \\ y = 6 \end{cases} \text{ ومنه : } S = \{6, 10\}$$

✗ استنتاج حلول المتراجحة $|y - 8| < 2$:

لتكن D مجموعة حلول هذه المتراجحة :

$$|y - 8| < 2 \text{ تكافئ } -2 < y - 8 < 2 \text{ تكافئ } 6 < y < 10 \text{ تكافئ } y \in]6; 10[\text{ ومنه : } D =]6; 10[$$

مع خالص منياتنا لكم بالوفيق والنجاح